

# 6

## ÁUDIO PARTE 6 FILTROS E EQUALIZADORES

Fabio Montoro  
Revisado em 12-3-2015

### 6.1 Função de transferência

É a divisão entre a transformada de Laplace dos sinais de saída e de entrada, considerando as condições iniciais nulas.

Então:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \quad [6.1]$$

Como é uma relação de números complexos, ela tem uma resposta à intensidade (módulo), que atua sobre a amplitude do sinal, e uma resposta à fase, que atua sobre o ângulo do sinal, retardando algumas componentes do sinal mais do que outras.

A resposta à intensidade é normalmente indicada em decibéis e denominada resposta em frequência do circuito para amplitude do sinal.

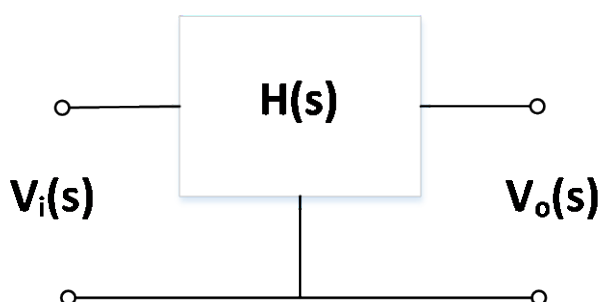


Fig. 6.1: Função de transferência de um circuito

#### 6.1.1 Exemplo: circuito RC

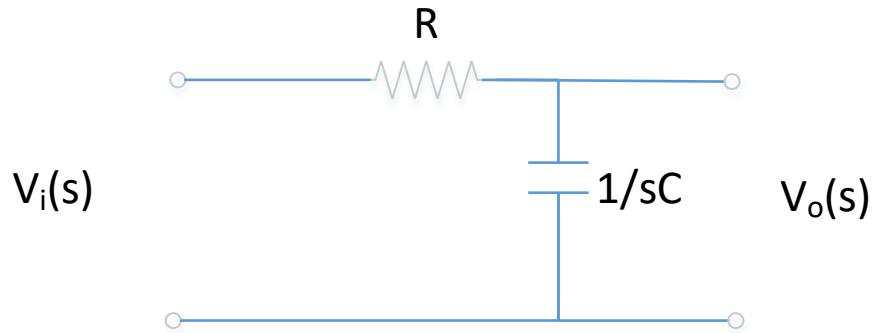


Fig. 6.2: Exemplo de circuito RC

$$I_i(s) = \frac{V_i(s)}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{V_i(s) \cdot sC}{sRC + 1} \quad [6.2]$$

$$V_o(s) = \frac{1}{sC} \cdot I_i(s) = \frac{I_i(s)}{sC} = \frac{\frac{V_i(s) \cdot sC}{sRC + 1}}{sC} = \frac{V_i(s)}{sRC + 1} \quad [6.3]$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC} \quad [6.4]$$

Esta função de transferência é do primeiro grau e tem o seguinte aspecto geral:

$$H(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \quad \omega_0 = \text{frequência de corte} \quad \omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \quad [6.5]$$

A atenuação do circuito é dada pelo módulo de sua função de transferência:

$$|H(s)| = 20 \cdot \log \left| \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \right| = 20 \cdot \log \left| \frac{1/RC}{s + 1/RC} \right| = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{1 + RCs} \right| \quad [6.6]$$

$$|H(s)| = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{1 + RCj\omega} \right| = -20 \cdot \log \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \quad [6.7]$$

$$|H(s)| = -20 \cdot \log \sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \quad \omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \quad f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot RC} \quad [6.8]$$

A figura 6.3 mostra a resposta do circuito, à amplitude, quando  $f_0 = 1$  kHz.

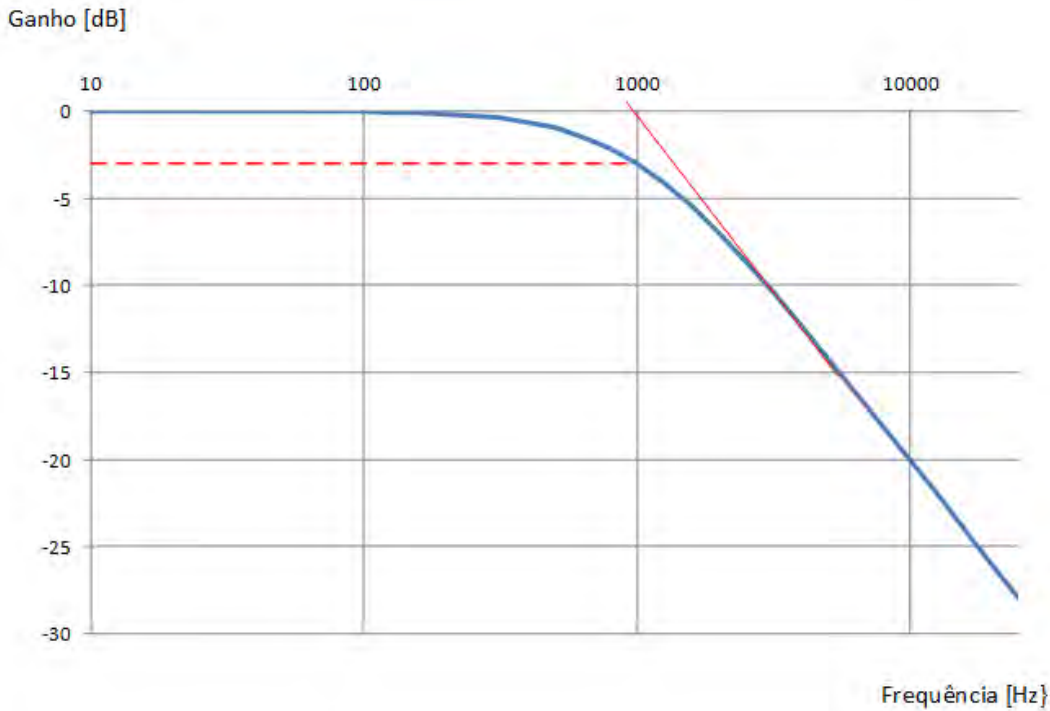


Fig. 6.3: Resposta em frequência, da amplitude, do circuito do exemplo para  $f_0 = 1$  kHz

#### Conclusões:

- Este circuito tem uma função de transferência (equação de Laplace) do primeiro grau.
- Age como um filtro para o sinal de entrada, deixando-o passar se sua frequência for menor que  $f_0$ . Digamos que estamos considerando "deixar passar" se a atenuação do sinal for menor do que 3 dB.
- Quando a frequência do sinal de entrada vai aumentando, acima de  $f_0$ , ele vai sendo cada vez mais atenuado, numa taxa de 20 dB por década, conforme indica o gráfico.
- Como o circuito não utiliza componentes ativos, é dito ser um circuito passivo.
- É um filtro passa-baixa, com frequência de corte  $f_0 = 1$  kHz passivo, do primeiro grau.

#### Exemplo do exemplo:

Qual deve ser o valor do resistor, supondo que temos um capacitor de 10 nF?

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot f_0} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 1000} = 15.915,46 \quad [6.9]$$

Para determinarmos o valor comercialmente disponível, do resistor, lançamos mão da tabela de valores da EIA e escolhemos a precisão desejada e o valor mais próximo do calculado.

Então:

$$R \cong 15,8 k\Omega \pm 1\% \quad 1/4W$$

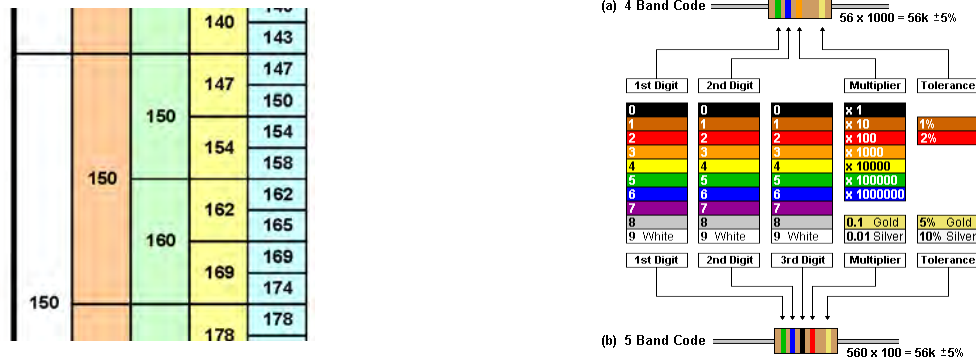


Fig. 6.4: Tabela EIA para valores de resistores e código de cores

### 6.1.2 Exemplo: outro circuito RC

E se invertermos as posições do capacitor e do resistor?

A figura 6.6 mostra a resposta do circuito, à amplitude, para  $f_0 = 1$  kHz. A dedução da função de transferência fica como exercício.

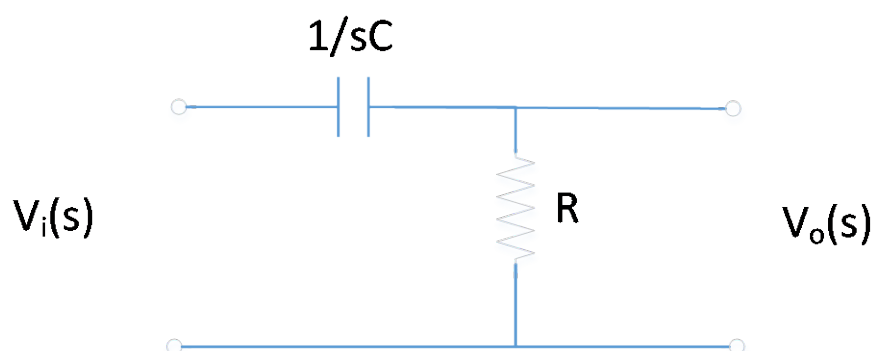
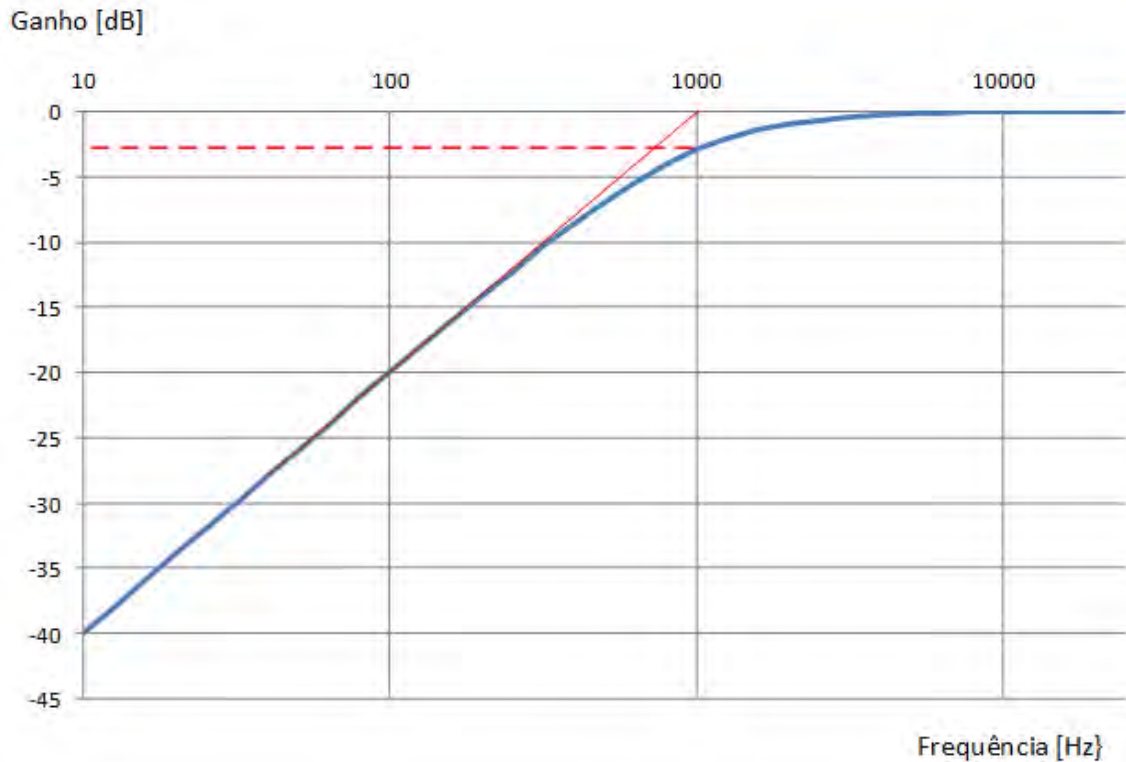


Fig. 6.5: Exemplo de circuito RC



#### Conclusões:

- Este circuito age como um filtro para o sinal de entrada, deixando-o passar se sua frequência for maior que  $f_0$ .
- É um filtro passa-alta, com frequência de corte  $f_0 = 1$  kHz passivo, do primeiro grau.

### 6.1.3 Exemplo: circuito do segundo grau

$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$\omega_0$  = frequência de corte

$\alpha$  = fator de dumping

[6.10]

Considerando a mesma frequência de corte ( $f_0 = 1$  kHz), o gráfico deste circuito mostra que ele é um filtro passa-baixa, com uma rampa de descida de 40 dB/década.

O valor do ganho na frequência de corte agora depende do fator de dumping. Se o fator de damping for igual a 1,414, o ganho será de -3 dB e a curva é mais suave.

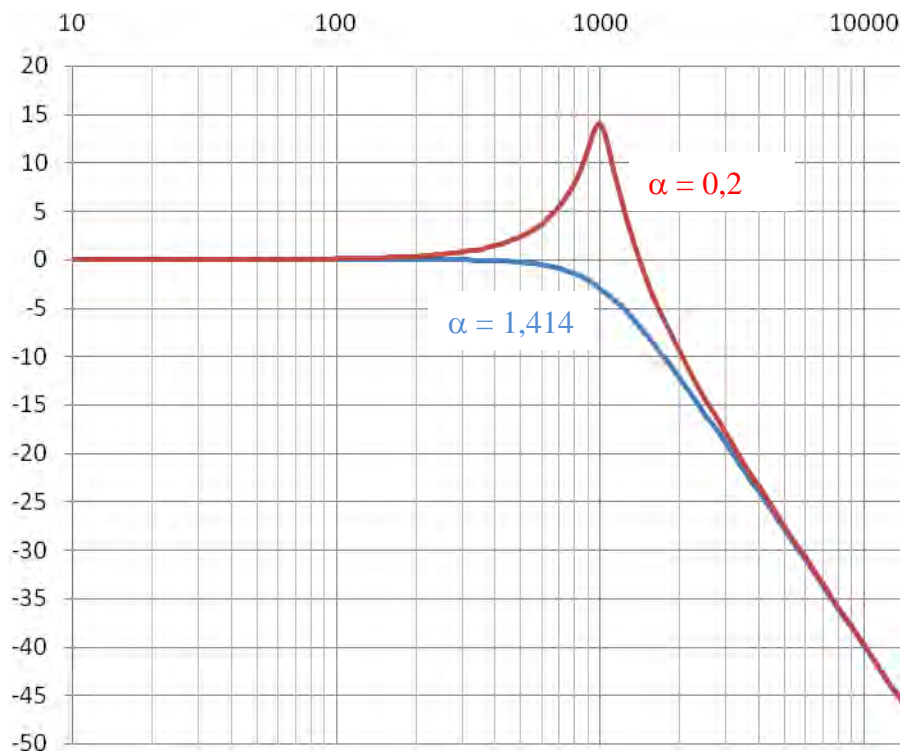


Fig. 6.7: Resposta em frequência, da amplitude, do circuito do exemplo quando  $f_0 = 1$  kHz

## 6.2 Inclinação das rampas na função de transferência

Como mostram as figuras anteriores, a resposta em frequência da amplitude, de um filtro do primeiro grau possui uma rampa de 20 dB/década e a de um do segundo grau possui uma rampa de 40 dB/década.

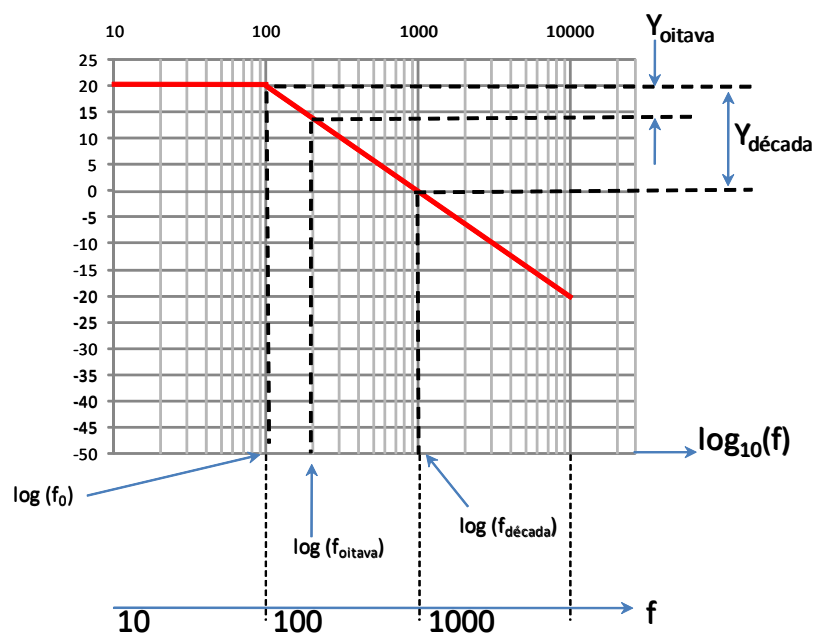


Fig. 6.8: dB/década e dB/oitava

Em áudio utiliza-se mais a inclinação medida em "dB/oitava".

Vamos determinar a relação entre as duas medidas.

Pela figura 6.8 podemos extrair facilmente a relação entre os dois triângulos retângulos semelhantes, formados pelos pontos de cada uma das medidas:

$$\frac{Y_{oitava}}{Y_{década}} = \frac{\log_{10}(f_{oitava}) - \log_{10}(f_0)}{\log_{10}(f_{década}) - \log_{10}(f_0)} = \frac{\log\left(\frac{f_{oitava}}{f_0}\right)}{\log\left(\frac{f_{década}}{f_0}\right)} \quad [6.11]$$

Substituindo as relações entre as frequências, ou seja, "dois pra um" na oitava e "dez pra um" na década.

$$\frac{Y_{oitava}}{Y_{década}} = \frac{\log\left(\frac{2}{1}\right)}{\log\left(\frac{10}{1}\right)} = \frac{0,301...}{1} \quad [6.12]$$

A relação, portanto, é:

$$Y_{oitava} \cong 0,3 \cdot Y_{década} \quad [6.13]$$

Dizer que uma rampa cai a 20 dB/década é o mesmo que dizer que ela cai a 6 dB/oitava.

Como a relação é linear, 40 dB/década corresponde a 12 dB/oitava e assim por diante.

## 6.3 Função de transferência genérica do segundo grau

A função genérica do segundo grau, é dada por:

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{x_2 \cdot s^2 + x_1 \cdot s + x_0}{y_2 \cdot s^2 + y_1 \cdot s + y_0} \quad [6.14]$$

Esta equação pode representar qualquer um dos cinco tipos de filtros que abordaremos neste curso, atribuindo-se os valores corretos dos coeficientes. Na verdade a equação representa um estágio de filtro. Um filtro completo pode ter um ou mais estágios, de segundo ou mesmo de primeiro grau.

A função de transferência total do filtro é o produto das funções de transferência dos estágios:

$$H(s) = \prod_{i=1}^N H_i(s) \quad [6.15]$$

Para determinarmos a resposta em frequência da amplitude, substituímos "s" por "j $\omega$ " e calculamos a amplitude da função de transferência:

$$H(j\omega) = H_0 \cdot \frac{-x_2 \cdot \omega^2 + x_1 \cdot j\omega + x_0}{-y_2 \cdot \omega^2 + y_1 \cdot j\omega + y_0} \quad [6.16]$$

organizando:

$$H(j\omega) = H_0 \cdot \frac{(x_0 - x_2 \cdot \omega^2) + (x_1 \cdot \omega)j}{(y_0 - y_2 \cdot \omega^2) + (y_1 \cdot \omega)j} \quad [6.17]$$

então, a amplitude em "dB" será:

$$|H(j\omega)| = 20 \cdot \log \left\{ H_0 \cdot \frac{\sqrt{(x_0 - x_2 \cdot \omega^2)^2 + (x_1 \cdot \omega)^2}}{\sqrt{(y_0 - y_2 \cdot \omega^2)^2 + (y_1 \cdot \omega)^2}} \right\} \quad [6.18]$$

A resposta em frequência da amplitude de um filtro, em "dB", com "N" estágios é a soma das respostas dos estágios:

$$|H_{Total}(j\omega)| = \sum_{i=1}^N |H_i(j\omega)| \quad [6.19]$$

a resposta em frequência da fase é:

$$\Phi(\omega) = \arctg \left\{ \frac{x_1 \cdot \omega}{x_0 - x_2 \cdot \omega^2} \right\} - \arctg \left\{ \frac{y_1 \cdot \omega}{y_0 - y_2 \cdot \omega^2} \right\} \quad [6.20]$$

A resposta em frequência da fase de um filtro, com "N" estágios é a soma das respostas dos estágios:

$$\Phi_{Total}(\omega) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\omega) \quad [6.21]$$

A derivada da função fase  $\Phi(\omega)$ , multiplicada por "-1" é chamada de retardo de grupo:

$$\Gamma(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \Phi(\omega) \quad [6.22]$$

$$\Gamma(\omega) = \frac{y_1 \cdot (y_0 + y_2 \cdot \omega^2)}{(y_0 - y_2 \cdot \omega^2)^2 + y_1^2 \cdot \omega^2} - \frac{x_1 \cdot (x_0 + x_2 \cdot \omega^2)}{(x_0 - x_2 \cdot \omega^2)^2 + x_1^2 \cdot \omega^2} \quad [6.23]$$



## 6.4 Condição para o filtro não distorcer o sinal

Para um sinal não sofrer distorção de amplitude, a condição abaixo deve ser satisfeita dentro da faixa de frequência de operação do filtro:

$$\frac{d}{d\omega}|H(j\omega)| = 0 \quad [6.24]$$

Esta equação diz que, dentro da faixa de interesse, a resposta em frequência deve ser plana.

Pode ser mostrado que, para um sinal não sofrer distorção de fase, a condição abaixo deve ser satisfeita dentro da faixa de frequência de operação do filtro:

$$\frac{d}{d\omega}\Phi(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{\omega} \quad [6.25]$$

Esta equação somente será satisfeita se  $\Phi(\omega) = k \cdot \omega$

Em outras palavras, dentro da faixa de interesse, a resposta em frequência da fase deve variar linearmente com a frequência. Consequentemente, deduz-se que o retardo de grupo deve ser constante dentro da faixa.

## 6.5 Equação Biquad

A função genérica do segundo grau, escrita com os parâmetros:

- $\omega_0$  = frequência de corte em radianos
- $\alpha$  = fator de damping ( $\alpha=1/Q$  ;  $Q$  = fator de qualidade)
- $k_1$  e  $k_2$  = constantes

é conhecida como "Biquad" e tem a seguinte forma:

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{s^2 + k_1 \cdot \alpha \omega_0 s + k_2 \cdot \omega_0^2}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2} \quad [6.26]$$

## 6.5.1 Resumo dos tipos clássicos de filtros de segundo grau

Todos os tipos de filtros apresentados a seguir são do segundo grau e possuem frequência  $f_0 = 1000$  Hz. Todas as equações são casos particulares da equação biquad.

Os gráficos mostram duas alternativas:  $\alpha = \sqrt{2}$  (azul) e  $\alpha = 0,2$  (vermelho)

### PASSA-BANDA

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{\alpha \omega_0 s}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2}$$

[6.27]

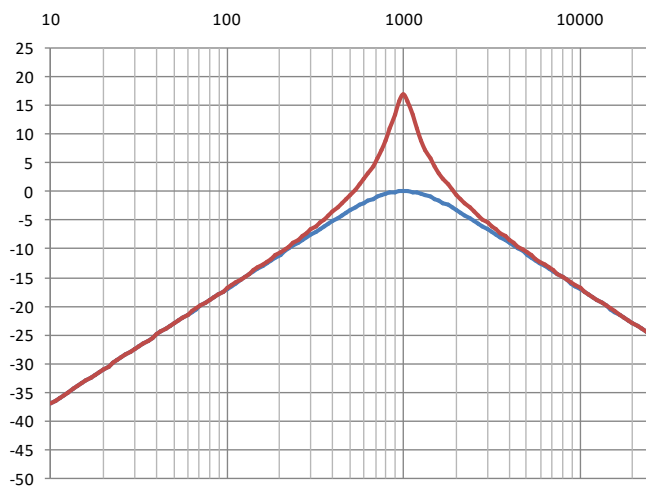


Fig. 6.9: Passa-banda,  $f_0 = 1$  kHz, Amplitude

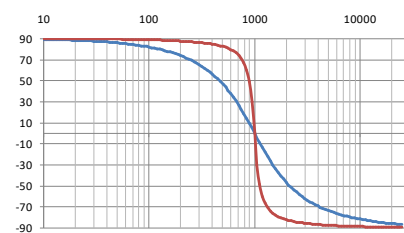


Fig. 6.10: Fase

### PASSA-BAIXA

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2}$$

[6.28]

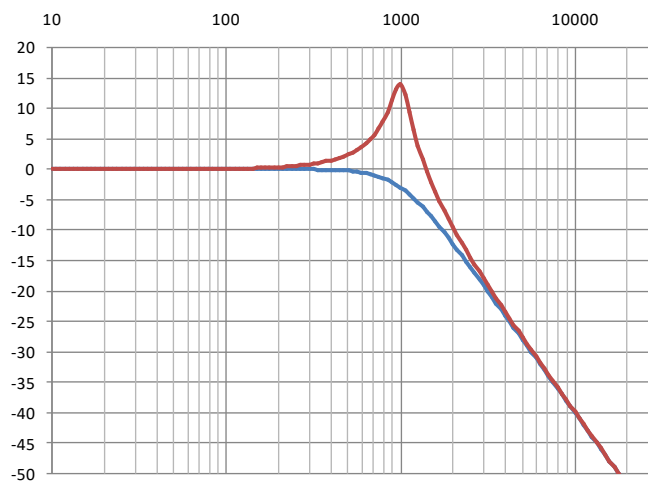


Fig. 6.11: Passa-baixa,  $f_0 = 1$  kHz, Amplitude

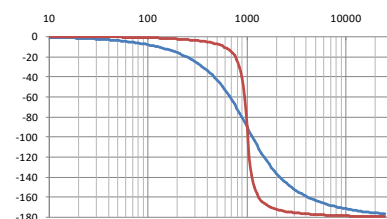


Fig. 6.12: Fase

## PASSA-ALTA

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{s^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2}$$

[6.29]

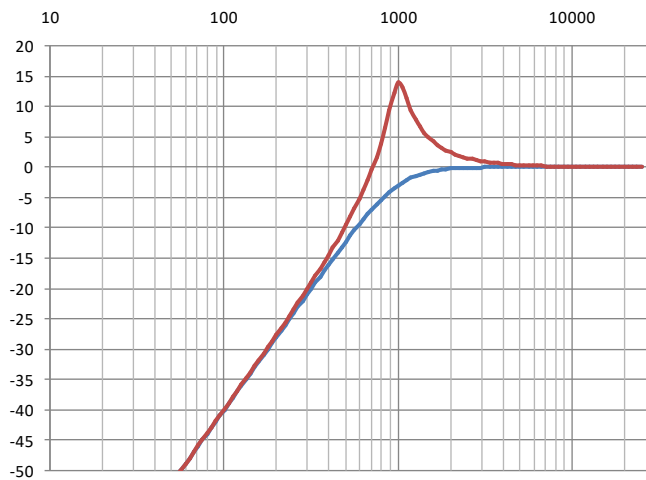


Fig. 6.13: Passa-alta,  $f_0 = 1$  kHz, Amplitude

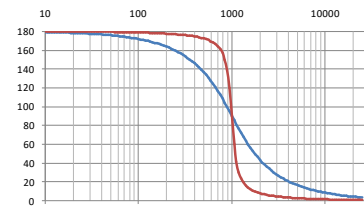


Fig. 6.14: Fase

## PASSA-TUDO (ALL-PASS)

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{s^2 - \alpha\omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2}$$

[6.30]

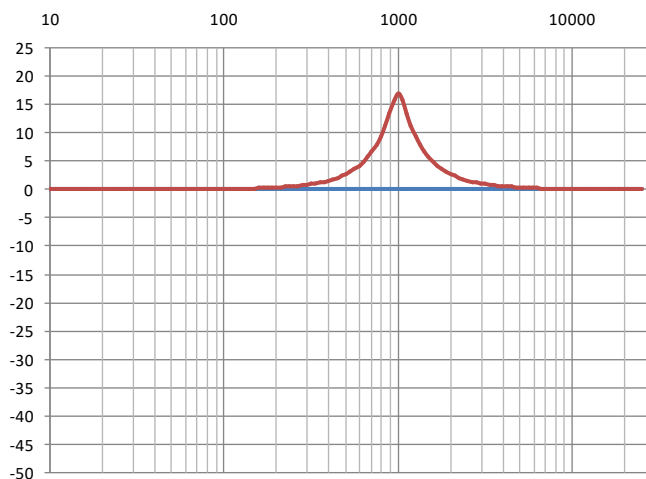


Fig. 6.15: Passa-tudo,  $f_0 = 1$  kHz, Amplitude

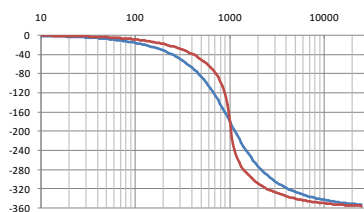


Fig. 6.16: Fase

## NOTCH

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2}$$

[6.31]

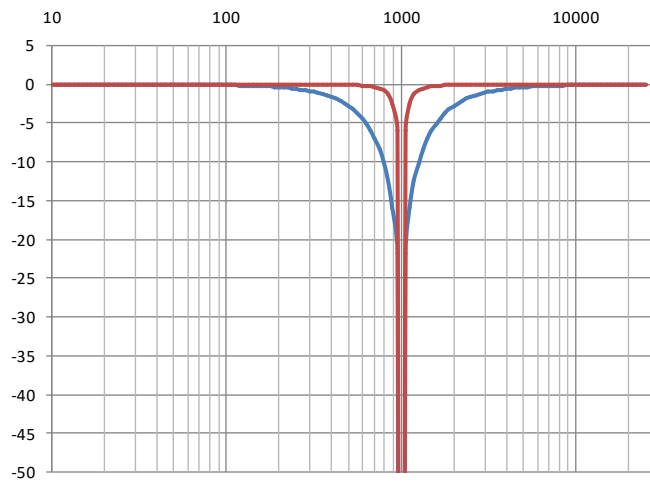


Fig. 6.17: Notch,  $f_0 = 1$  kHz, Amplitude

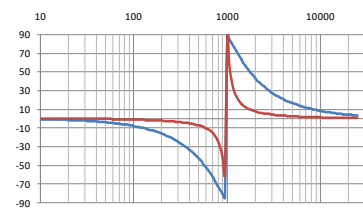


Fig. 6.18: Fase

## 6.6 Resposta em frequência do retardo

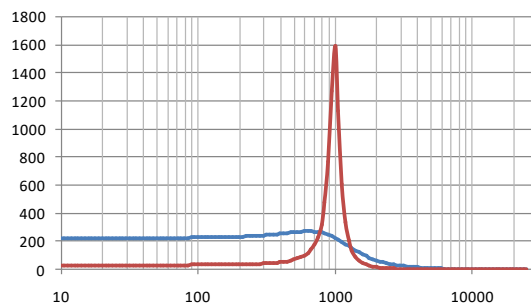


Fig. 6.19: todos os tipos,  $f_0 = 1$  kHz, Retardo [ $\mu$ s]

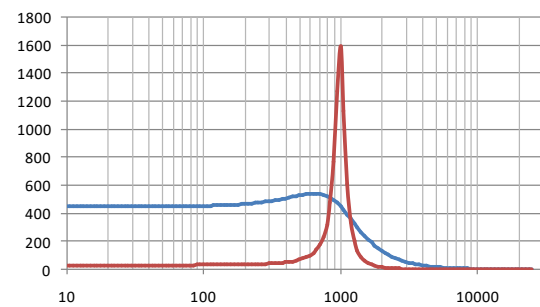
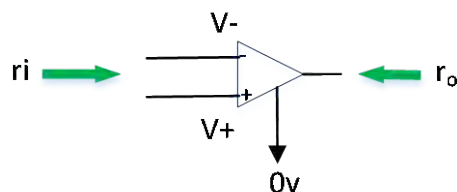


Fig. 6.20: All-pass

## 6.7 Amplificador operacional (OpAmp)

É um circuito amplificador especial, encapsulado em pastilha semicondutora, com as seguintes características:



-	Entrada inversora
+	Entrada não inversora

		Valor ideal
$r_i$	Resistência de entrada	$\infty$
$r_o$	Resistência de saída	0
$A$	Ganho de malha aberta	$\infty$
$v_\epsilon$	Tensão diferencial	0

Fig. 6.21: Op Amp

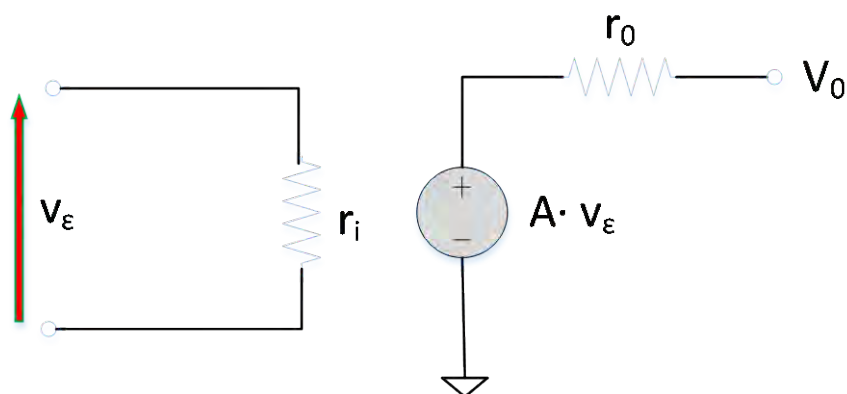


Fig. 6.22: Modelo do OpAmp

### 6.7.1 Exemplo: amplificador inversor

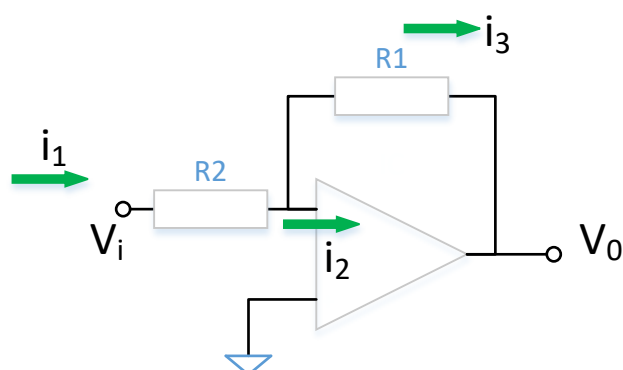


Fig. 6.23: Amplificador inversor usando OpAmp

Vamos calcular a função de transferência, considerando o Amp Op ideal:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad [6.32]$$

A corrente  $i_2 = 0$  porque a resistência de entrada é muito alta, então:

$$i_1 = i_3 = \frac{V_i}{R_2} = -\frac{V_0}{R_1} \quad [6.33]$$

Finalmente:

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \quad [6.34]$$

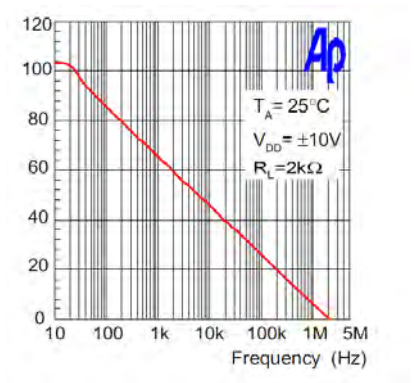
Conclusão:

O circuito funciona como um amplificador para o sinal de entrada, invertendo a polaridade e aplicando um ganho que independe da frequência do sinal.

## 6.7.2 Amp Op real

Naturalmente, na prática, os Op Amp possuem parâmetros

Como exemplo, o chip APA-4558 da Ampec, possui um ganho  $A = 100$  dB, uma resistência de entrada de  $5 \text{ M}\Omega$  e uma resposta em frequência dada pela figura ao lado, que corresponde a uma banda de  $2 \text{ MHz}$  para ganho unitário. Mais do que suficiente para circuitos de áudio.



**Fig. 6.24: OpAmp**

## 6.8 Diagrama de Bode

O engenheiro Hendrik Wade Bode criou um método simples de traçar a resposta em amplitude (e fase) de um circuito, que é muito útil para estimar inicialmente com deve ser o comportamento de um filtro, por exe,plo.



O método consiste em partir da função de transferência do circuito e marcar todos os polos e zeros.

De uma forma simplificada:

Cada zero na origem corresponde a uma assíntota decrescente de - 20 dB/década.

Cada polo na origem corresponde a uma assíntota crescente de + 20 dB/década.

A cada zero/polo, a curva sofre uma deflexão para baixo/cima na frequência de deflexão, correspondente ao grau: 20 dB/década para o primeiro grau e 40 dB/década para o segundo grau.

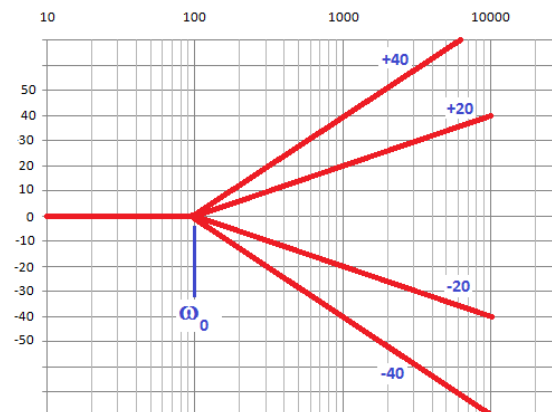


Fig. 6.25: Assíntotas de Bode

### Exercícios

Fazer exemplos e exercícios do diagrama de Bode com a turma.

## 6.9 Filtro Shelving

Esses filtros possuem duas frequências de inflexão (um polo e um zero), formando duas prateleiras (shelves), cada uma com seu respectivo ganho, e uma região de transição entre elas.

Dependendo da relação entre as duas frequências, o filtro pode ser visto como uma espécie de passa-(mais)-baixa ou passa-(mais)-alta:

Passa-baixa:  $\omega_z > \omega_0$

Passa-alta:  $\omega_z < \omega_0$

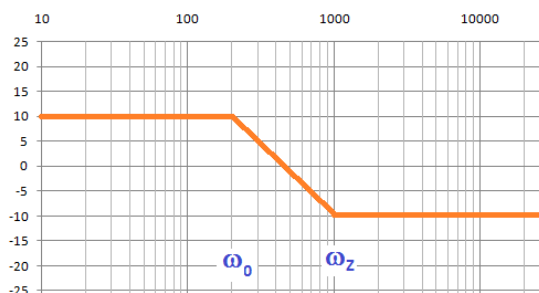


Fig. 6.26: Shelving LP

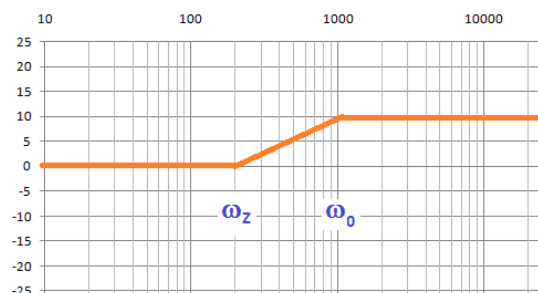


Fig. 6.27: Shelving HP

Os filtros do tipo Shelving são normalmente usados para reforçar uma banda de frequências (boost) em relação à outra.

## 6.10 Filtro Shelving do primeiro grau

A equação geral de um filtro shelving do primeiro grau é:

$$H(s) = H_0 \cdot \frac{s + \omega_z}{s + \omega_0} \quad [6.35]$$

onde as frequências de inflexão são:  $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$   $\omega_z = 2 \cdot \pi \cdot f_z$  [6.36]

Os ganhos são dados por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Baixas frequências (f} \rightarrow 0 \text{): } G_0 = H_0 \cdot \frac{\omega_z}{\omega_0} = H_0 \cdot \frac{f_z}{f_0} \end{array} \right. \quad [6.37]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Altas frequências: (f} \rightarrow \infty \text{) } G_\infty = H_0 \end{array} \right. \quad [6.38]$$

### 6.10.1 Exemplo de Shelving ativo primeiro grau - LP (Low Pass)

A figura mostra um esquema de filtro shelving ativo, não inversor, do primeiro grau, passa-baixa.

A função de transferência é dada pela equação 6.35, onde:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C} \quad [6.39]$$

$$f_z = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_{1//2} \cdot C} \quad [6.40]$$

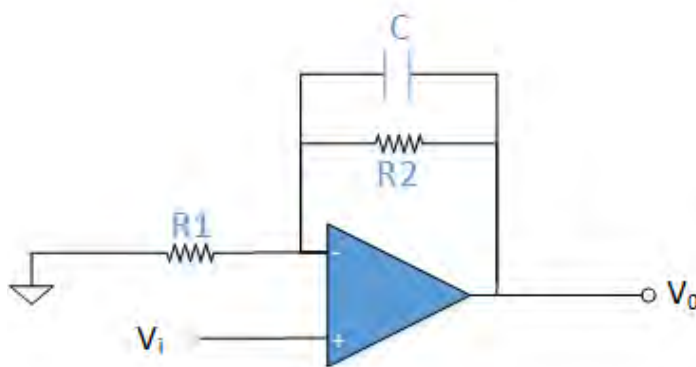


Fig. 28: Shelving LP - não inversor



$$H_0 = 1 \quad [6.41]$$

$$G_0 = H_0 \cdot \frac{f_z}{f_0} = \frac{R_2}{R_{1//2}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad [6.42]$$

$$G_\infty = H_0 = 1 \quad [6.43]$$

Se consideramos as frequências de inflexão:

$$f_0 = 100 \text{ Hz}$$

$$f_z = 1000 \text{ Hz}$$

Temos:

$$G_0 = H_0 \cdot \frac{f_z}{f_0} = 10 \Rightarrow 20 \cdot \log(10) = 20 \text{ dB} \quad [6.44]$$

As figuras mostram como ficam as respostas para esse filtro:

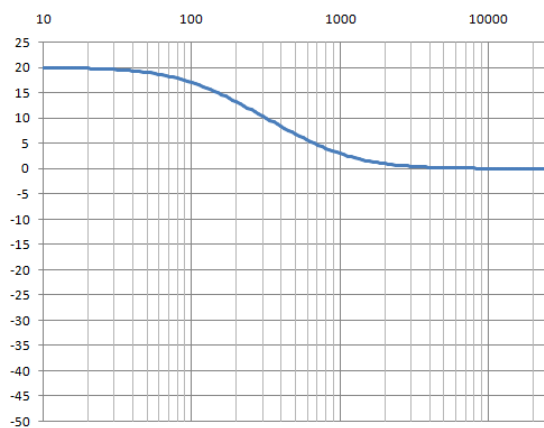


Fig. 6.29: Shelving LP - amplitude

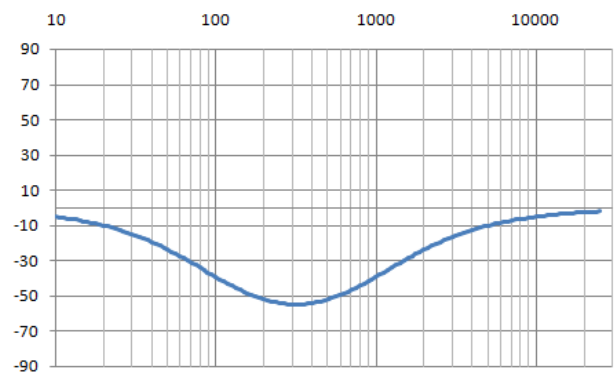


Fig. 6.30: Shelving LP - fase

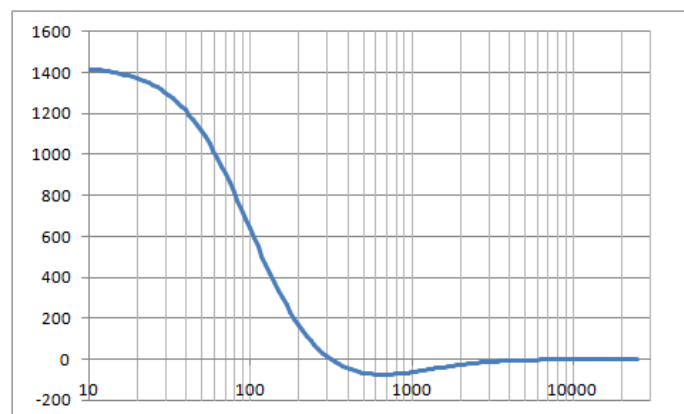
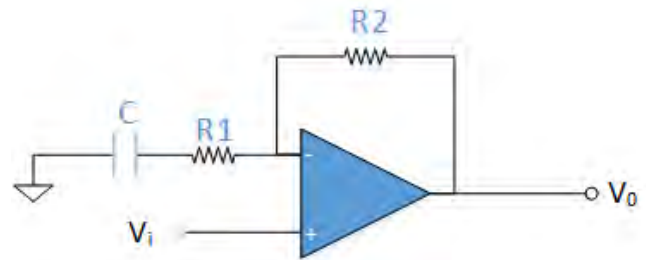


Fig. 6.31: Shelving LP - retardo de grupo

### 6.10.2 Shelving ativo primeiro grau - HP

A figura mostra um esquema de filtro shelving ativo, não inversor, do primeiro grau, passa-alta.

A função de transferência é dada pela equação 6.35, onde:



$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C} \quad [6.45]$$

Fig. 6.32: Shelving LP - não inversor

$$f_z = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (R_1 + R_2) \cdot C} \quad [6.46]$$

$$H_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{f_0}{f_z} \quad [6.47]$$

$$G_0 = H_0 \cdot \frac{f_z}{f_0} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{\frac{1}{(R_1 + R_2)C}}{\frac{1}{R_1 C}} = 1 \quad [6.48]$$

$$G_\infty = H_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad [6.49]$$

Se consideramos as frequências de inflexão:

$$f_0 = 1000 \text{ Hz}$$

$$f_z = 100 \text{ Hz}$$

Temos:

$$G_\infty = H_0 = \frac{f_0}{f_z} = 10 \Rightarrow 20 \cdot \log(10) = 20 \text{ dB} \quad [6.50]$$

As figuras 6.33 e 6.34 mostram como ficam as respostas para esse filtro.

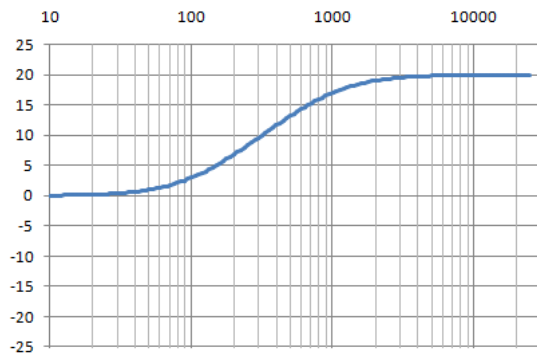


Fig. 6.33: Shelving HP - amplitude

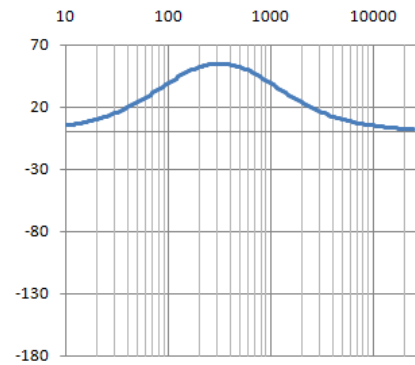


Fig. 6.34: Shelving HP - fase

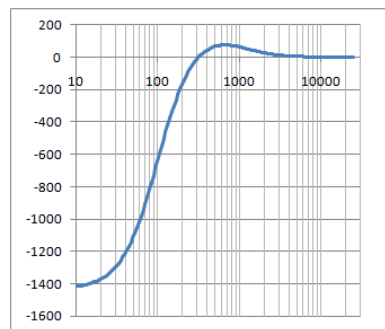


Fig. 6.35: Shelving HP - retardo de grupo

## 6.11 Filtros definidos por processos de aproximação

Butterworth foi o primeiro a criar um método de projeto de filtros, utilizando vários estágios de graus menores, digamos segundo grau, por um processo de aproximação com base na especificando dos requisitos para os parâmetros, como frequência de corte, ondulação máxima, etc.

Essa metodologia de projeto é conveniente e consiste em criar um filtro com base em um processo matemático de aproximação.

Os quatro métodos mais conhecidos são:

- Butterworth (Stephen Butterworth, 1885-1958, inglês)
- Chebyshev (Pafnuty Lvovich Chebyshev, 1821-1894, russo)
- Elíptico (Wilhelm Cauer, 1900-1945, alemão)
- Bessel (Friedrich Wilhelm Bessel, 1784-1846, alemão)



Chebyshev



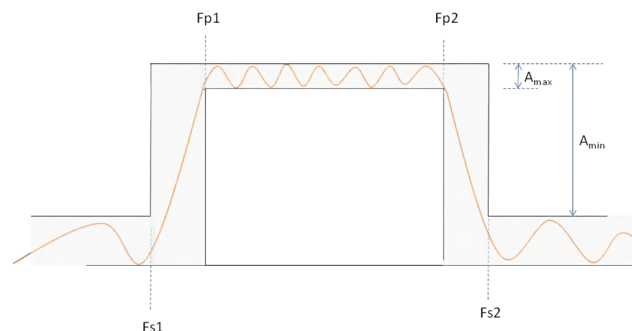
Bessel



Cauer

O processo consiste em, a partir dos parâmetros de projeto, utilizar o algoritmo de uma das aproximações citadas. Os parâmetros são:

- $A_{\text{máx}}$  = variação máxima na banda passante [dB]
- $A_{\text{mín}}$  = atenuação mínima nas faixas de rejeição [dB]
- $F_{s1}$  = frequência de fim da faixa de rejeição de baixas [Hz]
- $F_{p1}$  = frequência de início da banda passante [Hz]
- $F_{p2}$  = frequência final da banda passante [Hz]
- $F_{s2}$  = frequência de início da faixa de rejeição de altas [Hz]



**Fig. 6.36: Parâmetros de especificação de filtro**

A figura 6.36 mostra um filtro passa-banda, o qual possui todos os parâmetros citados. Pode-se ver as duas faixas de transição entre as faixas de rejeição e a banda passante.

### 6.11.1 Butterworth

- Positivo: Sem ondulações na banda passante e pouca distorção de fase
- Negativo: Região de corte suave

As figuras 6.1 até 6.3 representam filtros passa-banda projetados com a mesma especificação:

- Frequência de corte:  $f_{p2} = 3 \text{ kHz}$
- Frequência de rejeição:  $f_{s2} = 4 \text{ kHz}$
- Ondulação máxima na banda passante:  $A_{\text{máx}} \leq 0,25 \text{ dB}$
- Atenuação mínima na banda rejeitada:  $A_{\text{mín}} \geq 20 \text{ dB}$

A figura 6.37 mostra que a aproximação Butterworth exigiu uma função de transferência do 13º grau, sendo seis estágios do segundo grau e um do primeiro, para atender à especificação.

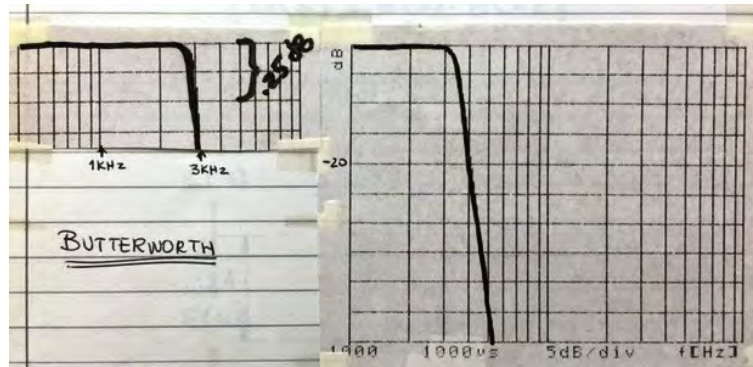


Fig. 6.37: Exemplo de filtro Butterworth: grau 13

### 6.11.2 Chebyshev

- Positivo: Região de corte mais abrupta
- Negativo: Mais distorção de fase

A aproximação tipo Chebyshev exigiu uma função do 6° grau, sendo três estágios do segundo grau.

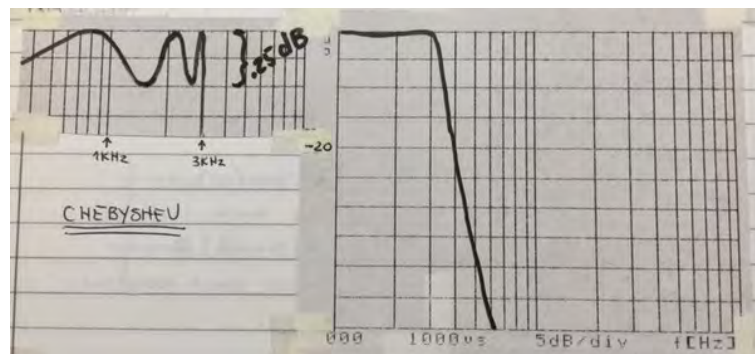


Fig. 6.38: Filtro Chebyshev: grau 6

### 6.11.3 Elíptico

- Positivo: Região de corte bem abrupta
- Negativo: Distorção de fase

A aproximação elíptica exigiu apenas uma função do 4° grau, que pode ser resolvida com apenas dois estágios do segundo grau.

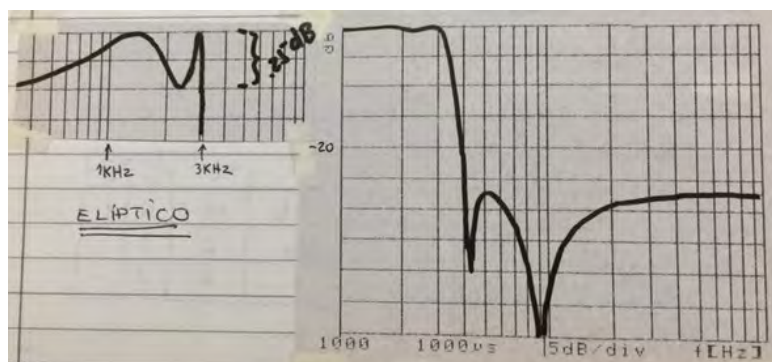


Fig. 6.39: Filtro Elíptico: grau 4

As aproximações Butterworth e Chebyshev são conhecidas como "All zeros", pois suas funções de transferência possuem apenas zeros e não possuem polos.

Essas aproximações oferecem rampas de descida nos filtros que são, no máximo, múltiplos de 20 dB/década (6 dB/oitava), que corresponde a um estágio de primeiro grau.

A aproximação elíptica vai além, devidos aos zeros em sua função de transferência.

## 6.12 Exemplo de um filtro elíptico passa-banda

Como exemplo, suponha os seguintes requisitos para o filtro:

- $A_{\text{máx}} = 0,2 \text{ dB}$
- $A_{\text{mín}} = 40 \text{ dB}$
- $F_{s1} = 450 \text{ Hz}$
- $F_{p1} = 840 \text{ Hz}$
- $F_{p2} = 2900 \text{ Hz}$
- $F_{s2} = 5800 \text{ Hz}$

Escolhendo a aproximação elíptica, chega-se a um filtro com 4 estágios. Cada estágio possui uma frequência  $f_0$  e uma frequência  $f_z$  que corresponde a um vale na resposta em frequência. Observando a figura pode-se notar os quatro vales dos quatro estágios.

Os estágios dos filtros possuem os seguintes parâmetros (frequências em Hz):

Estágio	$F_0$	$F_z$	$1/\alpha$
1º	2.199	13.143	1.377
2º	1.103	104	1.384
3º	3.108	6.010	4.510
4º	789	411	4.489

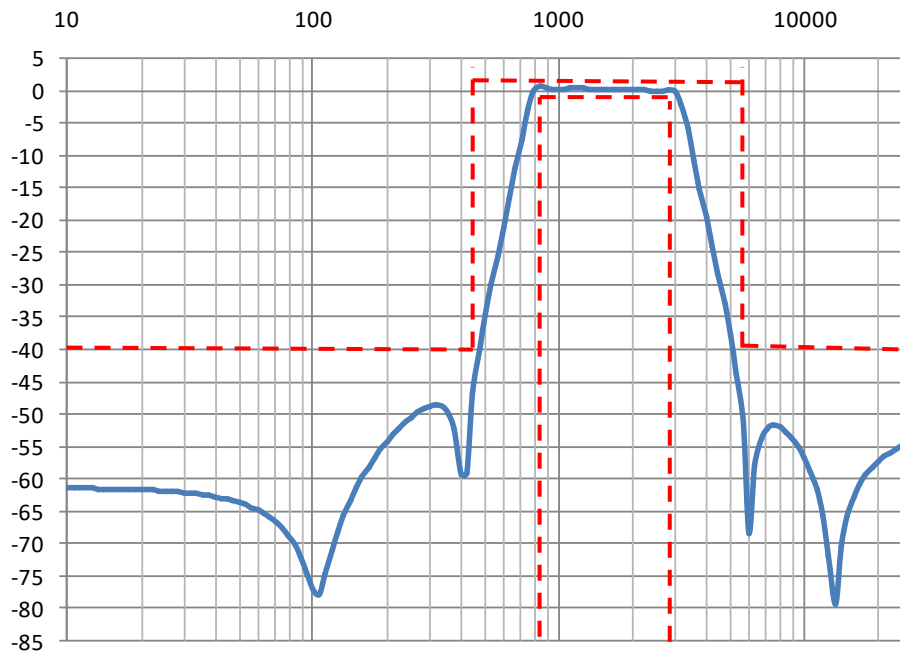


Fig. 6.40: Filtro Elíptico: grau 8

## 6.13 Crossover

Os sonofletores não conseguem responder satisfatoriamente em toda a faixa de frequências do áudio, incluindo aqueles sonofletores denominados full-range.

Principalmente em instalações de som de grandes auditórios, igrejas e outros ambientes maiores, se faz necessário separar o áudio em faixas de frequência diferentes e enviar aos sonofletores especializados somente a banda adequada a ele.

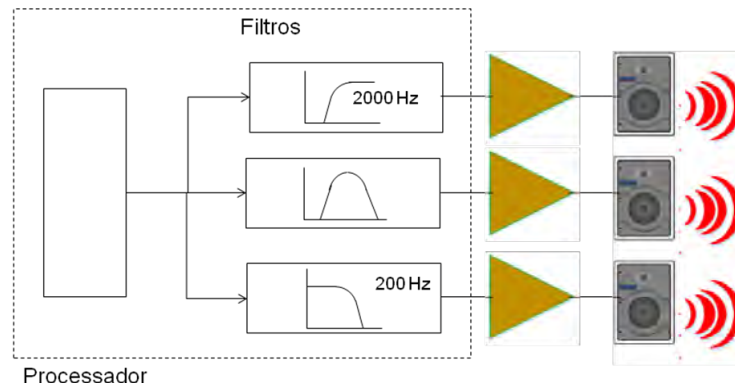
Essa tarefa deve ser executada por um conjunto de filtros, que podem ser passivos ou ativos.

Não é recomendável utilizar filtros passivos com capacitores e resistores, pois podem intensificar as distorções não lineares, principalmente no tweeter, além de reduzir a flexibilidade do sistema e não permitir utilizar toda a capacidade do amplificador.

O esquema de separação ativa, como ilustra a figura 6.41, permite que cada amplificador explore o máximo do sonofletor e qualquer problema em um canal, como saturação, por exemplo, não afeta o outro.

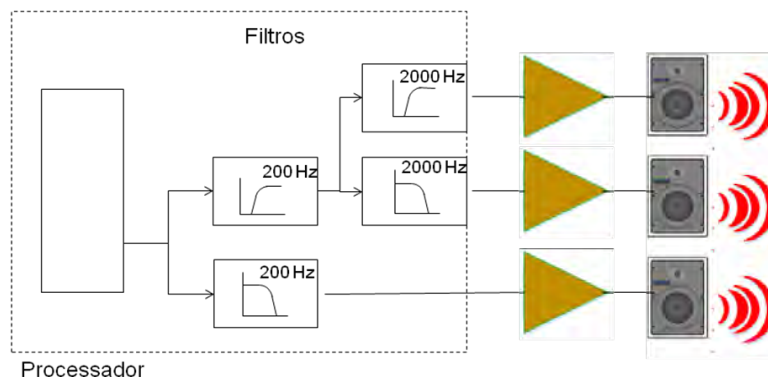
O sinal original, completo, deve ser dividido em duas, três ou até quatro bandas e cada fatia é enviada a um amplificador.

A figura 6.41 ilustra um exemplo com três bandas, que é a escolha mais comum e a figura 6.42 mostra outra configuração de crossover.



**Fig. 6.41: Diagrama de separação em bandas**

Uma topologia alternativa é cascatear os filtros, como ilustra a figura 6.xxx.



**Fig. 6.42: Diagrama de separação em cascata**

Os filtros crossovers devem ser definidos de forma a casarem com as especificações dos respectivos sonofletores.

A questão dos filtros crossover não é somente eletrônica. É também uma questão espacial pois, uma vez transmitido o sinal mecânico no ar, ele será ouvido de posições diferentes no ambiente, que possuem diferentes ângulos com os sonofletores e terão, certamente, uma resposta única para cada posição, função das diferenças de amplitude e fase entre os sinais de cada um dos sonofletores que chegam ao ponto da audição.

## 6.14 Crossover Linkwitz

Linkwitz-Riley (Siegfried Linkwitz, 1935----, alemão e Riley), engenheiros Linkwitz e Riley, quando eram funcionários da HP na Califórnia, desenvolveram um método para projetar filtros crossover utilizando a aproximação Butterworth e publicaram em 1976 um famoso *paper*<sup>1</sup>.

O artigo apresenta os problemas dos crossover passivos e



**Linkwitz**

<sup>1</sup> Linkwitz, Siegfried H, " **Active Crossover Networks for Noncoincident Drivers** ", J. Audio Eng. Soc., Vol. 24, Issue 1 pp. 2-8, fevereiro de 1976.



discute como determinar a melhor alternativa ativa para alinhar o desempenho dos drivers, estabelecendo um compromisso que teria, digamos, a melhor relação benefício/problema, para todo o ambiente sonorizado.

O próprio Linkwitz definiu o melhor crossover como:

*"O melhor filtro crossover é aquele que mantém a resposta polar acústica de um alto-falante em toda a faixa de frequências, enquanto faz a divisão do sinal entre os dois drivers. A soma acústica das saídas do passa-baixa e do passa-alta devem ter comportamento allpass, sem altos picos Q na resposta do retardo de grupo. A seção do filtro passa-alta deve atenuar suficientemente as tensões fora de banda nos terminais do driver para que excursão física do cone diminua com a diminuição da frequência, minimizando a distorção não-linear".*

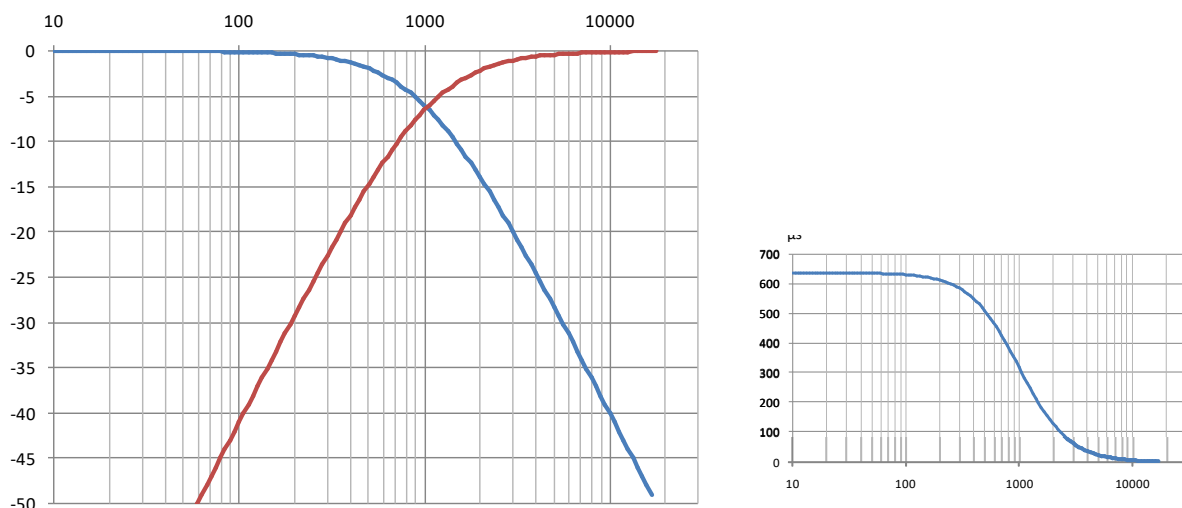
Ele acrescenta ainda que a presença do crossover deve passar despercebida para a programação sonora.

O trabalho apresenta conclusões importantes:

- Os alto-falantes devem estar com suas faces frontais alinhadas no mesmo plano ou deve ser realizado um alinhamento eletrônico com circuito de retardo (all-pass)
- Os alto-falantes devem ficar um sobre o outro e não ao lado
- A diferença de fase na frequência de corte deve ser zero
- A resposta da amplitude na frequência de corte deve ser - 6 dB
- A diferença de fase dos filtros deve ser constante para todas as frequências.

Segundo o documento publicado, a melhor alternativa de filtro crossover é utilizar estágios tipo Butterworth do segundo grau, iguais, alinhados pela frequência cuja resposta em amplitude é - 6 dB, em série, o que permite um lóbulo de irradiação centrado no eixo da caixa de som.

Os filtros Linkwitz-Riley são referenciados como LR-12, LR24, LR-36, etc, onde o número é o valor da atenuação, em dB/oitava, para cada ramal.



**Fig. 6.43: Linkwitz LR-12: Amplitude dos dois filtros e retardo de grupo resultante**

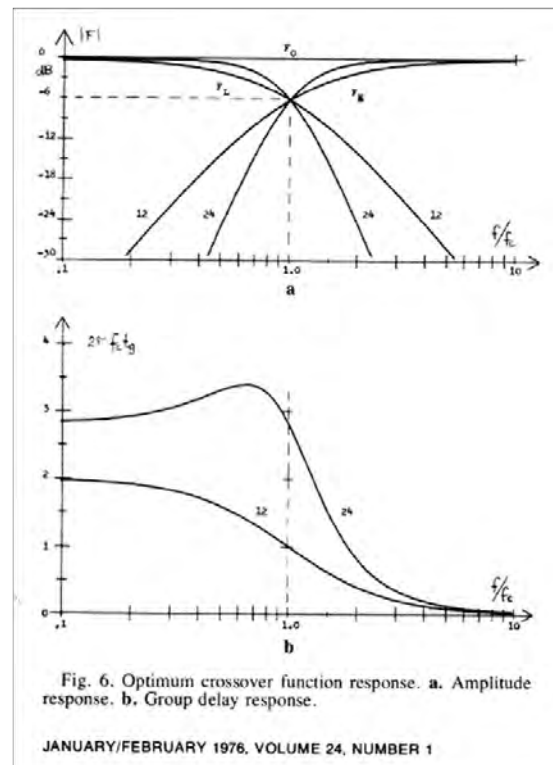
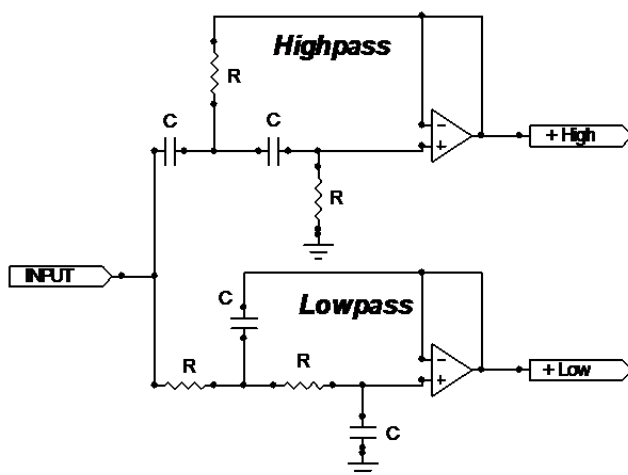


Fig. 6.44: Linkwitz: a) Exemplo de topologia b) Respostas de amplitude e retardo de grupo para LR-12 e LR-24

A figura mostra 6.44 mostra as curvas de resposta em amplitude dos dois filtros LR-12 (passa-baixa e passa-alta) com  $f_0 = 1$  kHz e a respectiva curva de retardo de grupo resultante. Nota-se que para baixas frequências há um retardo de 600 micro-segundos e para altas frequências praticamente não há retardo.

A figura 6.44 foi extraída do próprio trabalho de Linkwitz, onde se vê um exemplo de implementação analógica de LR-12 com amplificadores operacionais.

A figura 6.45 também foi extraída do trabalho de Linkwitz, onde se vê um exemplo de implementação analógica de LR-24 com amplificadores operacionais.

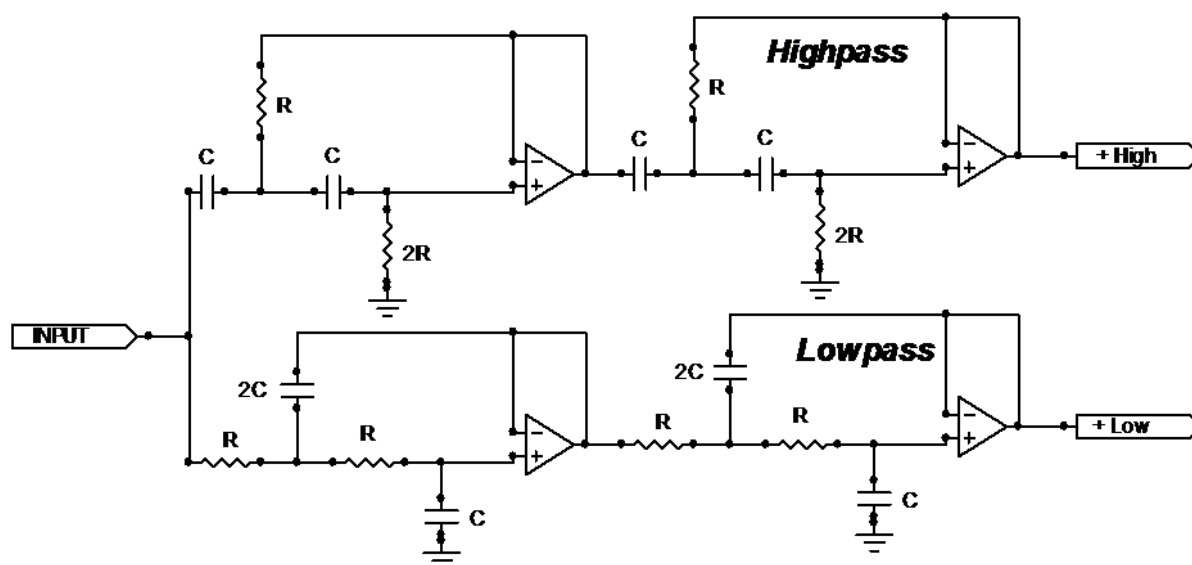


Fig. 6.45: Linkwitz: Exemplo de topologia LR-24

As funções de transferência dos filtros Linkwitz-Riley, passa-baixa (LP) e passa-alta (HP), partido das equações 6.28 e 6.29, e substituindo " $\alpha$ " por " $Q$ ", ficam assim:

$$H(s)_{LP} = H_0 \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0 s}{Q} + \omega_0^2} \quad [6.51]$$

$$H(s)_{HP} = H_0 \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0 s}{Q} + \omega_0^2} \quad [6.52]$$

Os valores de  $Q$ , para algumas configurações do filtro são dados pela tabela da figura 6.12.

	LR-2	LR-4	LR-6	LR-8	LR-10
Q estágio 1	0,5	0,71	0,5	0,54	0,5
Q estágio 2		0,71	1,0	1,34	0,62
Q estágio 3			1,0	0,54	1,62
Q estágio 4				1,34	0,62
Q estágio 5					1,62
dB/oitava	12	24	36	48	60

Fig. 6.46: Linkwitz: valores de  $Q = 1/\alpha$

## 6.15 Experiência

- Laptop
  - Software Halogen v. 5.01
- 1) Demonstrar a configuração dos filtros
  - 2) Observar a diferença entre os tipos: atenuação e fase

## 6.16 Tipos de equalizadores ajustáveis

Quais são os tipos de equalizadores ajustáveis que existem?  
Quais são os tipos de filtros e circuitos eles usam?  
Quem fabrica qual tipo?  
Qual é o melhor?

São perguntas feitas por Dennis Bohn da Rane em seu artigo "*Equalizadores ajustáveis pelo operador: um apanhado geral*"<sup>2</sup> publicado nos anais da AES.

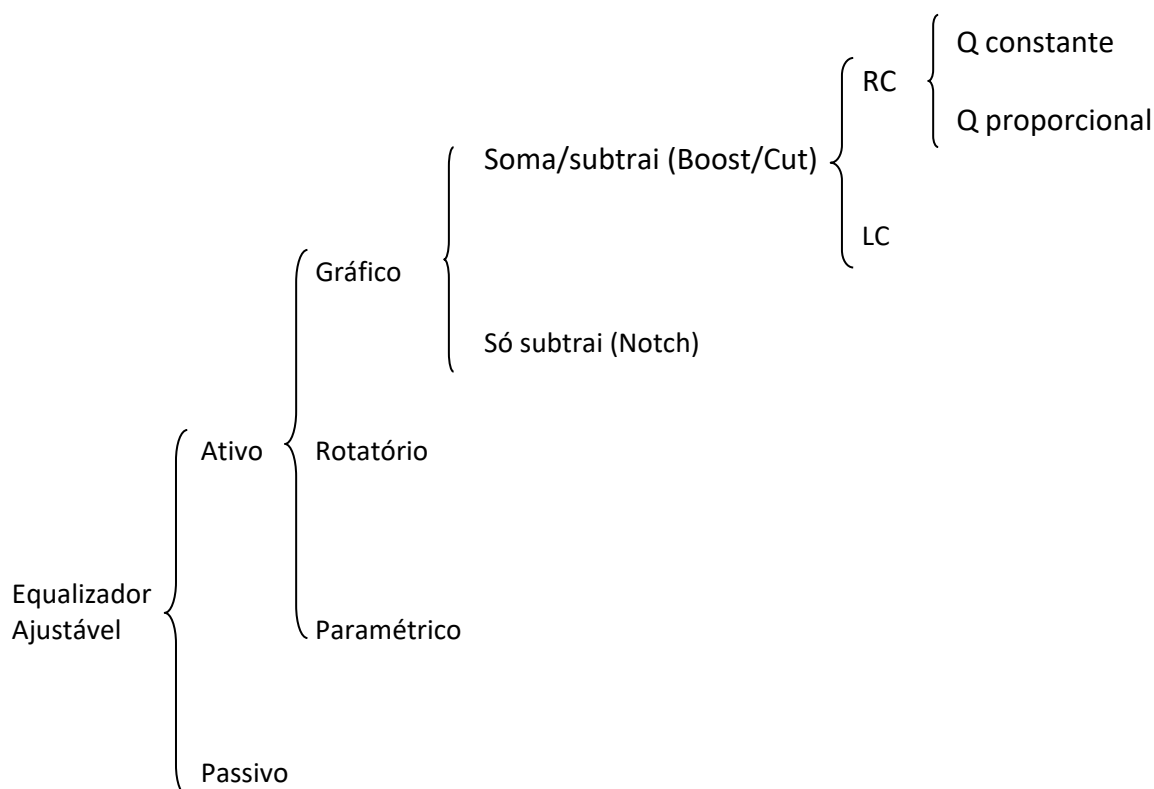


Fig. 6.47: Tipos de Equalizadores

## 6.17 Equalizador gráfico com Q constante

O nome equalizador gráfico vem do fato de que a posição dos controles deslizantes sugerem como deve ser o gráfico da resposta em frequência.

Um dos tipos mais utilizados nas instalações que não são equipadas com processadores digitais, o equalizador gráfico de Q constante, analógico, mantém a mesma banda passante conforme se aumenta ou reduz o reforço de amplitude em uma determinada frequência.

<sup>2</sup> Bohn, Dennis, "*Operator Adjustable Equalizers: An Overview*", 6th International Conference: Sound Reinforcement, AES, 5 a 8 de Maio de 1988, Nashville.

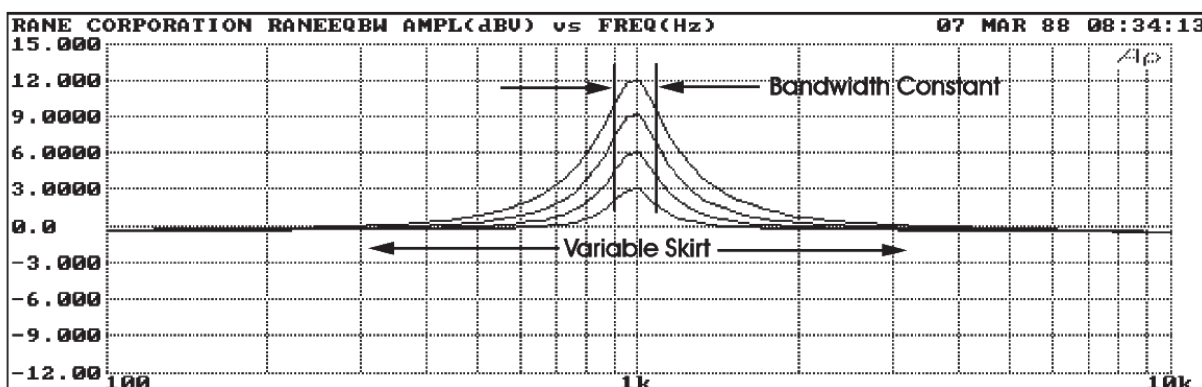


Fig. 6.48: Equalizador Q constante

Um exemplo desse tipo de equalizador é o Rane modelo ME-15S, que utiliza a série de Renard R5<sup>3</sup>, o que permite 5 ajustes por década ou um ajuste a cada 2/3 de oitava:

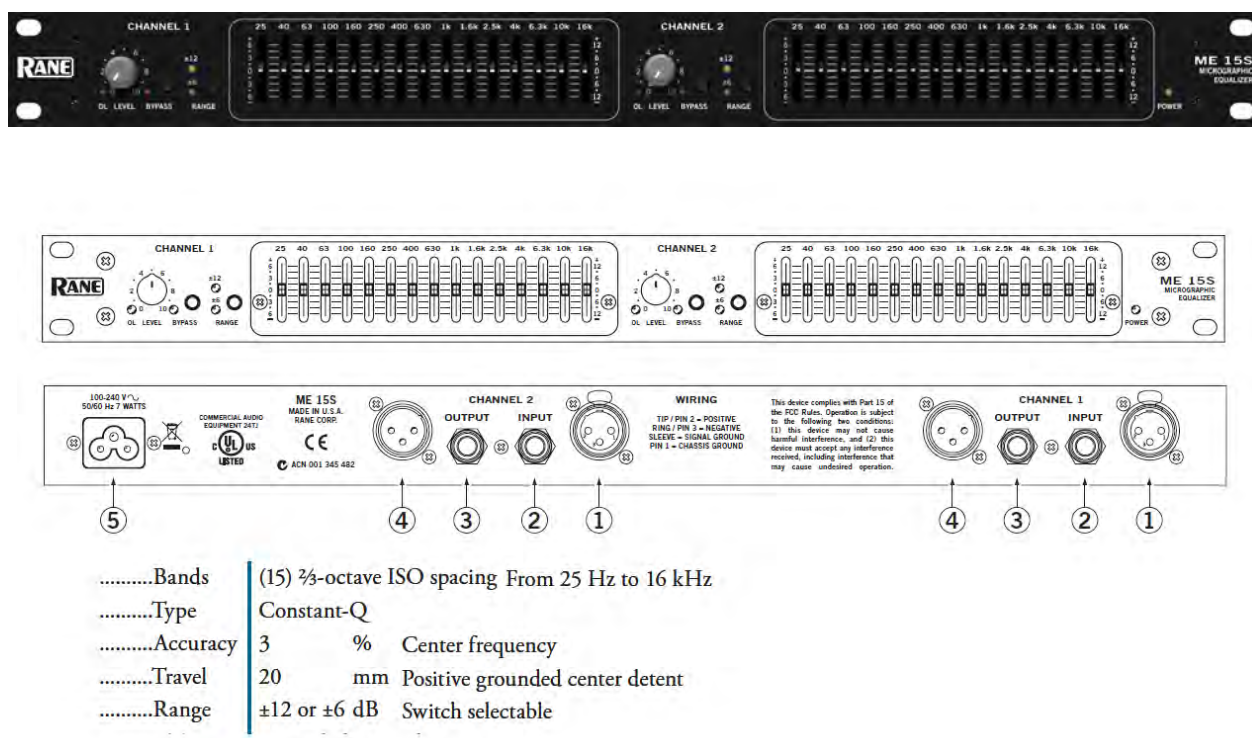


Fig. 6.49: Equalizador Rane ME-15s

Como o equalizador segue a série R5, ele possui 5 frequências de ajuste no intervalo de uma década.

<sup>3</sup> ISO-3:1973

## R5

1.00	1.60	2.50	4.00	6.30
------	------	------	------	------

Uma década corresponde a aproximadamente 3,322 oitavas, então:

$$\frac{1}{3,322} = \frac{1}{x} \quad \therefore x = \frac{3,322}{5} = 0,6644... \cong \frac{2}{3}$$

## 6.18 Equalizador paramétrico

Em um equalizador paramétrico os ajustes são feitos nos parâmetros: frequência central do filtro, ganho e fator de qualidade (Q).

A figura 6.xxx mostra o modelo PEQ-55 da Rane, apenas como exemplo pois este equipamento já deixou de ser comercializado pelo menos desde 2010.



Fig. 6.50: Equalizador Rane PEQ-55

Este equalizador, lançado em 2001, permitia definir filtros de reforço, passa-banda e shelving. Hoje suas funções podem ser executadas em um processador de sinal, conforme vimos no exemplo do HAL.

## 6.19 Resposta em frequência dos canais de transmissão

Os cabos constituem um canal de comunicação.

Um canal utilizado para transmissão de um sinal, analógico ou digital, pode ser composto de um ou mais meios de transmissão (ou meio de comunicação, se preferir) e possui uma resposta em frequência que afeta tanto a amplitude quanto a fase do sinal de entrada (amplitude ou fase, em função da frequência).

No contexto deste curso, nos interessa saber como um cabo, que é um meio de transmissão que transporta sinais de áudio, se comporta em relação à frequência do sinal que trafega por ele.

Nunca é demais dizer que quando falamos aqui da "frequência do sinal" estamos nos referendo à cada componente (senóide) desse sinal.

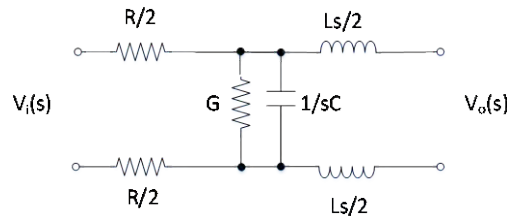
Uma linha telefônica tradicional (incluindo o cabo de cobre UTP e outros equipamentos de comutação, amplificação, etc) pode ser encarada como um meio de comunicação que se comporta como um filtro passa-banda entre as frequências de corte 300 Hz e 3400 kHz. Estes valores foram convencionados como sendo os limites da faixa de voz para telefonia, não sendo obrigatoriamente os pontos de 3 dB do filtro.

Então, teoricamente, uma senóide de 5 kHz consegue "passar" pela linha telefônica? e uma senóide de 60 Hz? e uma de 100 Hz?

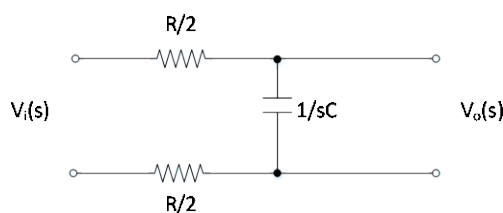
### 6.19.1 Modelo matemático de um par trançado de cabo de cobre

Também chamado de "par físico", o par trançado de cobre é o meio de transmissão mais utilizado no mundo. São dois fios de cobre, cada um com uma capa plástica isolante, trançados e assentados dentro de uma outra capa externa, mais resistente, normalmente em conjunto com outros pares.

No caso do famoso cabo UTP de rede, categoria 5e, 6, etc, o cabo possui quatro pares trançados.



**Fig. 6.50: Modelo mais completo do par trançado**



**Fig. 6.51: Modelo simplificado do par trançado**

Levantando a função de transferência do modelo mais simplificado (figura 6.51) chegamos à mesma equação que vimos no início deste capítulo: um filtro passa-baixa.

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC} \quad [6.53]$$

As especificações técnicas dos cabos informam a resistência e a capacitância por metro ou quilômetro. Por exemplo, um cabo AWG 26 possui cerca de 150 ohms (enlace) e 56 nF por quilômetro. Se você calcular a frequência de corte de 1 km desse cabo, encontrará  $f_0 \approx 19$  kHz, então, podemos esperar que o cabo se comporte como um filtro passa-baixa.

Mas cuidado, os parâmetros são distribuídos e um cabo longo como esse pode se comportar como uma linha de transmissão. Vejamos. Vamos calcular o comprimento de onda para um sinal de 30 kHz, considerando uma NVP de 65% a velocidade da luz:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot (0,65)}{(30 \cdot 10^3)} = 6.500 \text{ m} \quad [6.55]$$

Nessas condições o cabo começa a se comportar como uma linha de transmissão, pois o comprimento de onda é menor que dez vezes o comprimento do cabo.

Um enlace de linha telefônica tradicional, que vai da central mais próxima até o endereço do usuário, utiliza cabos de cobre em par trançado. Neste caso, o espectro ocupado pela telefonia convencional (só voz) fica abaixo de 4 kHz. A figura 6.52 mostra o resultado de teste da resposta em frequência de um simulador de linha com fios bitola AWG 26.

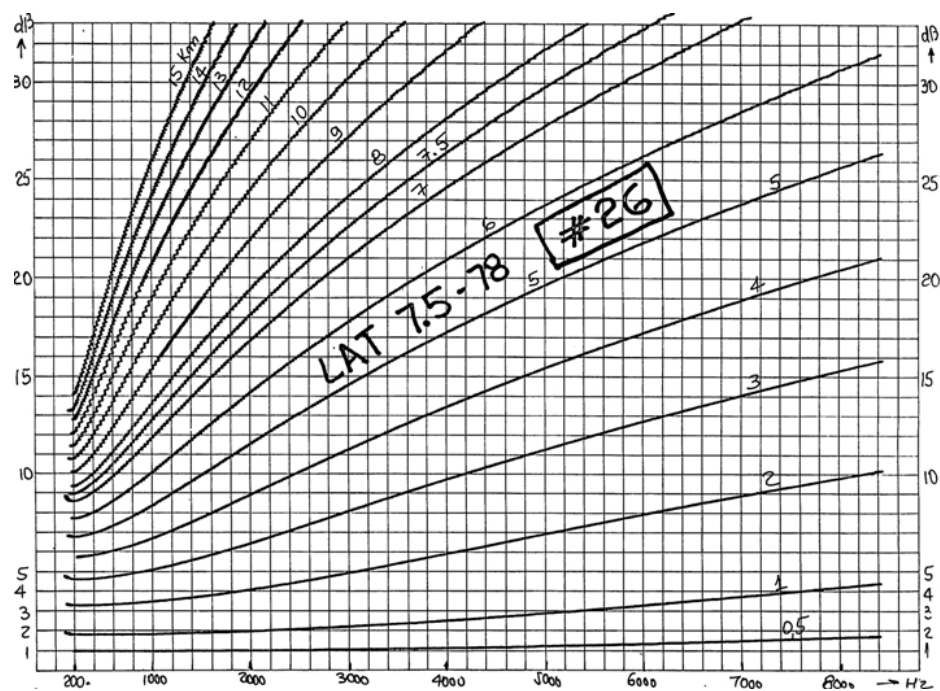


Fig. 6.52: Simulador de par trançado



## 6.19.2 Resposta em frequência de interfaces digitais

### 6.19.2.1 EIA-232

Tradicional interface serial desbalanceada, para comunicação de dados síncrona ou assíncrona, originalmente desenvolvida para taxas de até 115 kbs, em curta distância (cabos até 15 metros), muito utilizada em modems e terminais de controle. O documento original especifica o conector DB-25, mas é comum encontrar equipamentos com conector DB-9 e até RJ-45.

Os parâmetros especificados para esta interface são:

$$3 \leq |V_0| \leq 25 \text{ V}$$

$$Z_0 = \text{não especificado}$$

$$C_0 = \text{não especificado}$$

$$3 \text{ k}\Omega \leq R_L \leq 7 \text{ k}\Omega$$

$$C_L \leq 2500 \text{ pF}$$

$$dV/dt \leq 30 \text{ V}/\mu\text{s}$$

### 6.19.2.2 EIA-422

Interface serial balanceada para comunicação de dados síncrona par taxas de até 10 Mbps e cabo com até 1200 metros.

O documento original define especificações elétricas com circuitos balanceados.

Um circuito completo de interface é composto de um gerador, um cabo e uma carga. Os parâmetros especificados na EIA-422 são tais que seus circuitos balanceados podem operar com os circuitos desbalanceados especificados na norma EIA-423. Aceita cabo com até 60 m de comprimento para transferências de dados a 2 Mbps. O gráfico da figura 6.53 mostra o desempenho da EIA-422 em função do comprimento do cabo, constituído por pares trançados 24 AWG. A título de comparação o gráfico também mostra o desempenho da interface EIA-232.

Os parâmetros especificados para esta interface são:

$$2 \leq |V_0| \leq 10 \text{ V}$$

$$R_0 \leq 100 \Omega$$

$$C_0 = \text{não especificado}$$

$$|V_L| \leq 12 \text{ V}$$

$$R_L \geq 4 \text{ k}\Omega$$

$$C_L = \text{não especificado}$$

$$dV/dt \leq 300 \text{ V}/\mu\text{s} \text{ para } f \leq 2,5 \text{ MHz (5 Mbps)}$$

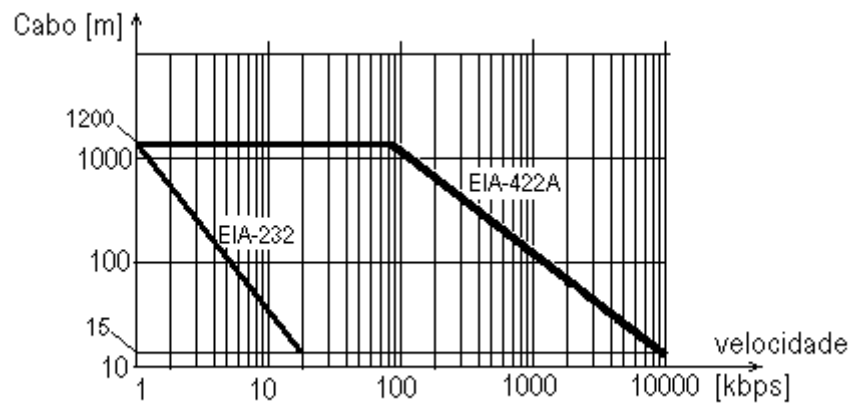


Fig. 6.53: Comprimento do cabo versus frequência

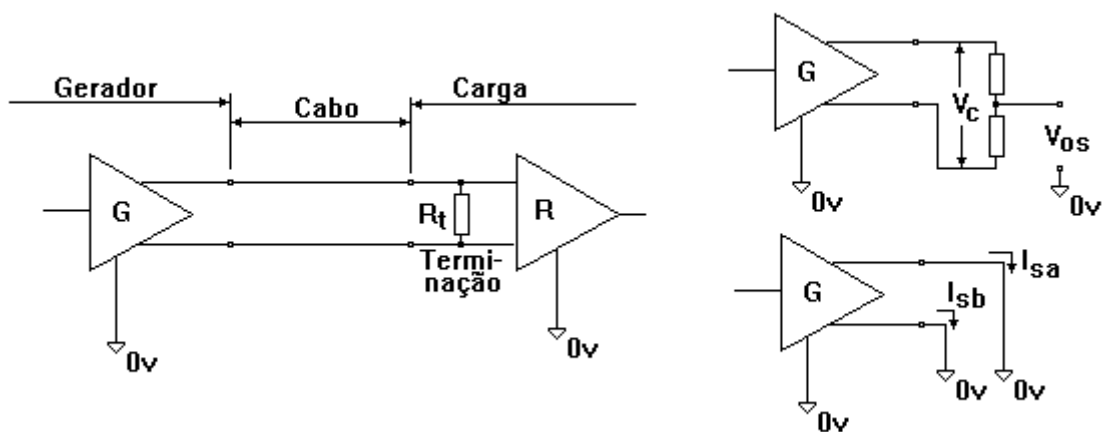
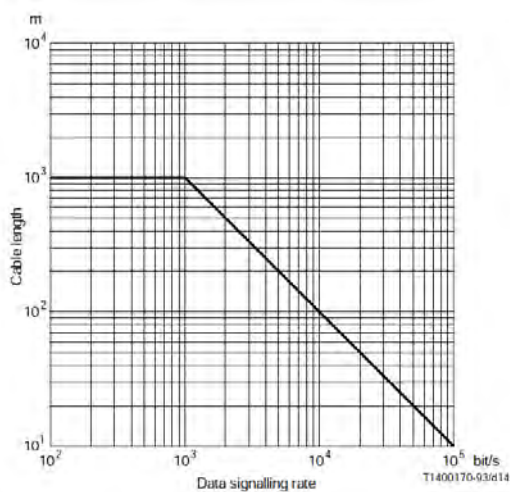


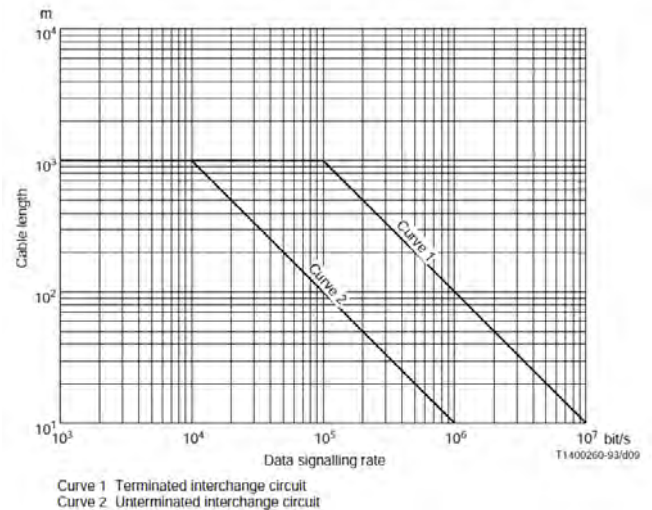
Fig. 6.54: Circuitos da interface EIA-422

### 6.19.2.3 ITU-T V10 e V11

As interfaces V.10 (desbalanceada, 100 kbps) e V.11 (balanceada, 10 Mbps), especificadas pelo ITU-T, também seguem a mesma linha do que foi mencionado para as interfaces definidas pelo TIA.



**Fig. 6.55: Interface ITU-T V10**



**Fig. 6.56: Interface ITU-T V11**

#### 6.19.2.4 Conclusões

Algumas interfaces digitais especificam o cabo, outras não.

O cabo se comporta como um filtro e seu comprimento influencia na resposta em frequência da interface.

O comprimento máximo do cabo é um aspecto importante a ser observado nos projetos e depende das especificações da interface e do próprio cabo.

Quanto maior a velocidade de transferência dos dados, mais crítica é a conexão.

Um cabo com especificação ou comprimento inadequado pode comprometer a transferência dos dados entre os dois lados.

## 6.20 Cabo HDMI

Vimos a interface HDMI no capítulo 4.

Convém retornar ao assunto para abordar a questão da limitação do comprimento do cabo HDMI, que é também uma função da resposta em frequência do cabo, e a alternativa de equalização do cabo.

A norma HDMI versão 3.1 especifica um equalizador que reforça a resposta em frequência, de forma crescente até 2,25 GHz, ponto em que atinge cerca de 3 dB de ganho.

Alguns fabricantes instalam um equalizador encapsulado no molde do conector para conseguir maiores comprimentos com bitolas menores.

A figura 6.57 mostra uma possível sequência para escolha do cabo em função das características mais importantes.

A banda passante do cabo (Mbps) é a característica mais relevante: a norma HDMI especifica duas categorias de cabo, conforme a capacidade de suportar o sinal de clock:

**Categoria 1**: até 74,25 MHz

**Categoria 2**: até 340 MHz

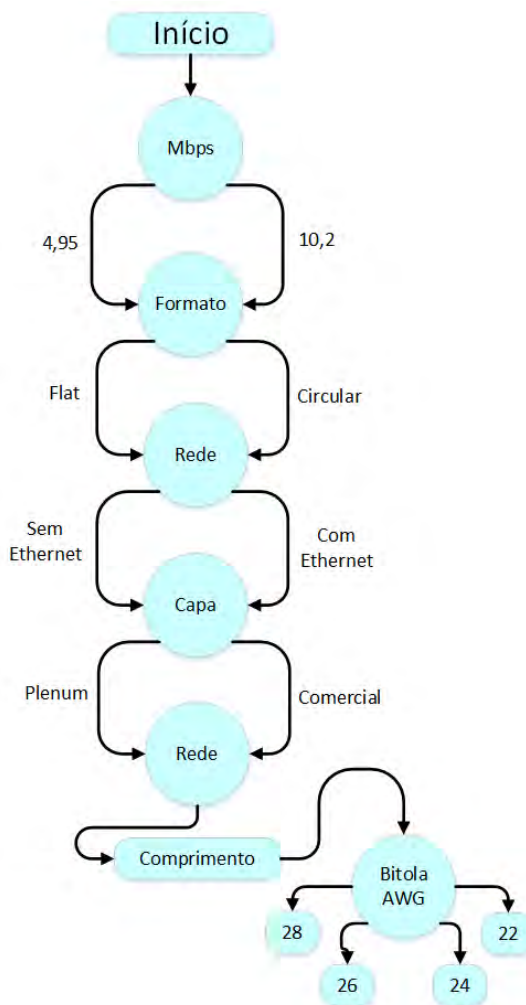


Fig. 6.57: Fluxograma para escolha do cabo HDMI

No mercado esses cabos são chamados de "Standard" e "High Speed".

O formato circular é o mais comum. O flat pode ser útil para algumas aplicações.

O canal Ethernet é opcional no cabo HDMI.

A característica da capa na presença de fogo é a próxima decisão. Hoje praticamente todos os cabos são padrão comercial (CM ou CMG).

Em seguida vem as escolhas do comprimento e da bitola.

Quanto maior a bitola (menor número AWG), melhor a característica de transmissão. A tabela a seguir mostra a composição dos condutores flexíveis ("*stranded*") e as dimensões, para AWG de 36 até 22.

Bitola AWG	Veias	Área total de seção reta de condutor [mm²]	Diâmetro do feixe condutor [mm]	Resistência [mΩ/m]	Peso [g/m]
36	7 x 44	0,018	0,152	1271	0,126
34	7 x 42	0,020	0,160	777	0,196
32	7 x 40	0,032	0,203	538	0,302
32	19 x 44	0,041	0,229	448	0,342
30	7 x 38	0,073	0,305	339	0,504
30	19 x 42	0,073	0,305	287	0,534
28	7 x 36	0,114	0,381	213	0,787
28	19 x 40	0,129	0,406	186	0,823
26	7 x 34	0,183	0,483	122	1,250
26	10 x 36	0,223	0,533	137	1,130
26	19 x 38	0,219	0,508	113	1,370
24	7 x 32	0,292	0,610	76,4	2,020
24	10 x 34	0,266	0,582	85,6	1,790
24	19 x 36	0,292	0,610	69.2	2,130
24	41 x 40	0,266	0,582	84.0	1,730
22	7 x 28	0,456	0.762	48.4	3,160
22	19 x 34	0,486	0.787	45.1	3,390
22	26 x 36	0,456	0.762	52.3	2,930

A figura 6.58 mostra os preços estimados, em dólar, no Brasil, de algumas séries de cabos HDMI, por bitola, com a seguinte simbologia:

- ✓ círculos: cabos passivos
- ✓ triângulos: cabos com equalizador
- ✓ símbolo azul: 74,25 MHz
- ✓ símbolo vermelho: 340 MHz

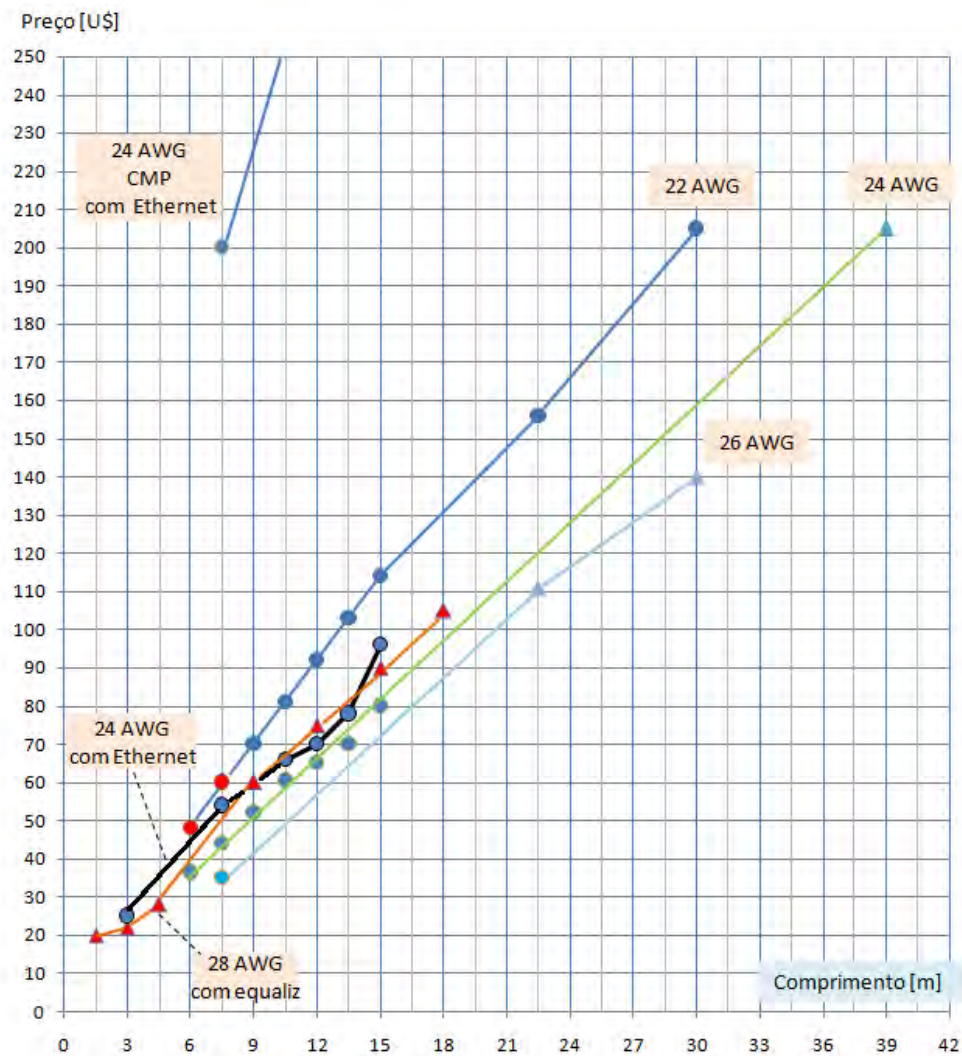


Fig. 6.58: Preços dos cabos HDMI