

Conceitos Básicos em Cinemática

Fabio Montoro
16 dez 2007

Entender

Desconfie de toda definição e de toda verdade absoluta. Entenda o conceito. Alguns conceitos são difíceis de definir. Questione. Crie o seu entendimento

Física

A palavra “Física” vem do grego “Physiké”, que significa “natureza”. Física é o estudo das leis básicas que orquestram a natureza, tentando explicar as propriedades da matéria e da energia

Mecânica

É o ramo da Física que estuda as forças, causas e consequências dos movimentos

Cinemática

É a parte da Mecânica que estuda os movimentos, sem se preocupar com as causas (somente sob o aspecto geométrico)

Como a cinemática é baseada na geometria, vamos citar três definições básicas de Euclides (considerado o pai da geometria):

Ponto

Aquilo que é indivisível

Linha

Aquilo que só possui comprimento (não possui largura...)

Superfície

Aquilo que só possui comprimento e largura

Toda definição pode ser questionada e as de Euclides não são exceções. Por exemplo, Aristóteles disse: “o ponto é a extremidade da linha, a linha da superfície e a superfície do sólido”. Reflita sobre o que Aristóteles falou. O que você achou?

Linha reta

Aquela que define a menor distância entre dois pontos

Partícula

É como chamaremos um corpo imaginário, com dimensões reduzidas (desprezíveis), cujos movimentos serão alvo de nosso estudo

Uma partícula pode ser associada ao conceito geométrico de “ponto”. Praticamente a partícula seria a materialização de um ponto.

Posição de uma partícula

É sua localização em relação a um referencial

- Se o referencial é uma linha reta, a posição da partícula será medida em uma dimensão (por exemplo, “x”)
- Se o referencial é uma superfície plana, a posição da partícula será medida em duas dimensões (por exemplo, “x” e “y”).
- Se o referencial é um espaço, a posição da partícula será medida em três dimensões (por exemplo, “x”, “y” e “z”).

Pense nisto

E se o referencial tiver 4 dimensões?

Movimento de uma partícula

É a mudança de posição da partícula em relação a um referencial específico

A mudança de posição também pode ser chamada de “deslocamento”, não é? Se a partícula se movimentou, ela se deslocou. Se ela está em movimento, ela está se deslocando.

Também podemos dizer que movimento é a **variação da posição** da partícula.

Trajétoria de uma partícula

São as consecutivas posições da partícula, durante seu movimento

Podemos dizer também que a trajetória é o lugar geométrico dos pontos ocupados pela partícula.

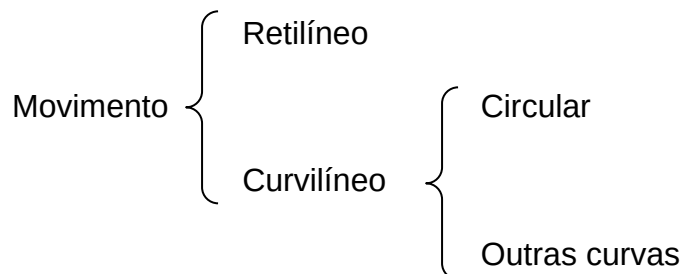
Você acha que a trajetória é em relação a um referencial ?

Claro que é. Pois a posição não está relacionada a um referencial ? E a trajetória não é uma sequência de posições ? Então a trajetória também está relacionada ao mesmo referencial.

Podemos classificar o movimento, em relação à sua trajetória, em dois tipos:

- Retilíneo: a trajetória é uma linha reta
- Curvilíneo: a trajetória é uma linha curva

Ei, calma, não é só o círculo que é uma linha curva. Quando falamos de “linha curva” pode ser uma curva qualquer! O círculo é um caso particular (e especial) de linha curva. Às vezes falamos simplesmente “reta” ou “curva” para nos referir a “linha reta” e “linha curva”.



Variável

É um indicador que pode assumir valores

Variável independente

É aquela cujo valor não depende de nenhuma outra variável

Variável dependente

É aquela que depende do valor de outra variável

Constante

É um valor fixo. Não muda e não depende de nenhuma variável

SIMBOLOGIA

Quando uma variável depende de outra, costuma-se escrever:

$x(t)$ para dizer que a variável “x” depende da variável “t”

Vamos usar a seguinte simbologia para variação, de modo geral:

- Variação da posição: Δx (poderia ser Δs ou outro qualquer)
- Variação do tempo: Δt
- Etc...

Podemos medir o deslocamento de uma partícula como a diferença entre duas posições (variação da posição). Se considerarmos somente uma dimensão (eixo “x”), podemos escrever:

$$\Delta x = x(t) - x(t_0)$$

Δx = deslocamento

$x(t)$ = posição no tempo t (um instante qualquer)

$x(t_0)$ = posição no tempo t_0 (instante inicial)

SIMBOLOGIA

Para simplificar a notação, podemos escrever da seguinte forma:

$$\begin{aligned}x(t) &= x \\x(t_0) &= x_0\end{aligned}$$

Movimento Retilíneo

Movimento retilíneo

É o movimento cuja trajetória descreve uma linha reta

O referencial do movimento retilíneo pode ser uma reta, na direção do movimento. Se nós podemos escolher o referencial, vamos escolher o mais fácil, certo?

Se o referencial só possui uma dimensão, vamos chamar a posição da partícula de “ x ”.

Será que podemos medir a rapidez de um deslocamento? Acho que sim. Bem, primeiro vamos dar um nome pra essa medida: que tal velocidade?

Velocidade de uma partícula

É a medida da rapidez do movimento da partícula

Quando dizemos que um objeto se moveu mais rápido que outro é porque o primeiro alcançaria a chegada em menos tempo do que o segundo, não é?

Então podemos dizer que velocidade é o deslocamento da partícula dividido pelo intervalo de tempo que ela levou para completar a trajetória.

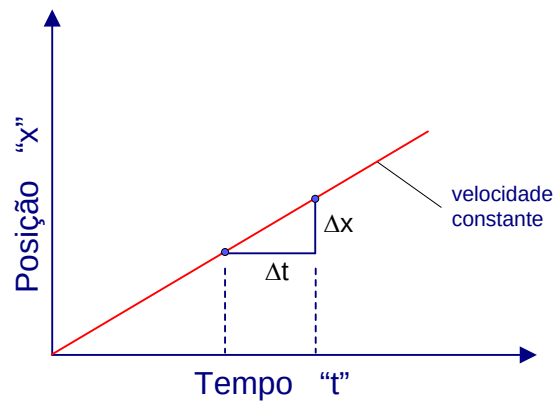
Então vamos determinar a velocidade no intervalo de tempo entre os instantes t_0 e t_1 .

Mas tem um detalhe: se tomarmos um certo deslocamento e dividirmos pelo respectivo intervalo de tempo, teremos uma única medida de velocidade para todo esse intervalo, ou seja, teremos uma velocidade média.

Então, velocidade média é:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Se a velocidade for constante, em qualquer intervalo ela será igual à velocidade média.



Movimento Retilíneo Uniforme MRU

É o movimento em que a velocidade não muda. É constante. É sempre a mesma. Desenvolvendo a equação de definição de velocidade chegamos à equação da posição da partícula, em função do tempo:

Vamos considerar que nosso cronômetro começa a contar o instante zero, ou seja, vamos considerar que:

$$t_0 = 0$$

Então:

$$v(t - t_0) = x - x_0$$

$$x - x_0 = v \cdot t - v \cdot t_0$$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Observe que essa equação é uma linha reta ("x" em função de "t")

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

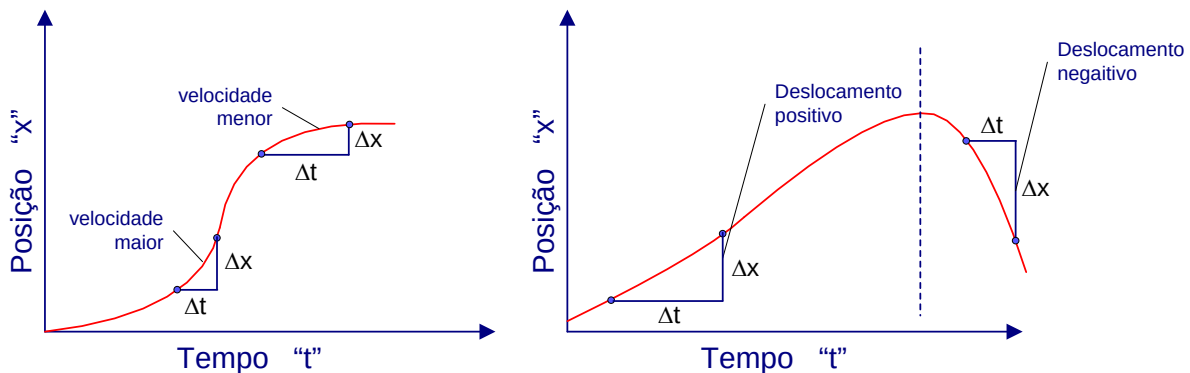
MRUV

Neste caso a velocidade varia. Mas de uma forma, digamos, comportada! A velocidade tem uma variação uniforme, ou seja: sua variação é uma constante. A essa constante, dá-se o nome de aceleração, que pode ser dada pela equação abaixo: é a divisão da variação da velocidade pela variação do tempo (intervalo de tempo)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Note que:

- Se a aceleração for zero, o movimento é... MRU = uniforme.
- Se ela for constante o movimento é... MRUV = uniformemente variado
- Se ela não for constante o movimento é... variado (não há um nome específico)



Trabalhando com esses conceitos, chegamos a:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot (x - x_0)$$

Comentários sobre valor médio e valor instantâneo de uma variável

Digamos que essa variável seja a velocidade. Ao invés de calcular o valor médio da velocidade, queremos saber seu valor em um determinado instante (valor instantâneo).

Quanto mais diminuirmos o intervalo de tempo, ao medir o valor médio, mais nos aproximaremos do valor instantâneo.

Se imaginarmos esse intervalo infinitamente pequeno, poderemos (com um pequeno esforço mental...), dizer que esse é o valor instantâneo da variável!

Para diferenciar o intervalo infinitamente pequeno de um intervalo qualquer, vamos usar a simbologia “dx” ao invés de “Δx”.

Denominamos essa variação (em um intervalo de tempo infinitesimal) de derivada.

A derivada é o limite de “Δx/Δt” quando “Δt” tende para zero. Portanto, a derivada é a inclinação da tangente à curva.

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \text{velocidade instantânea}$$

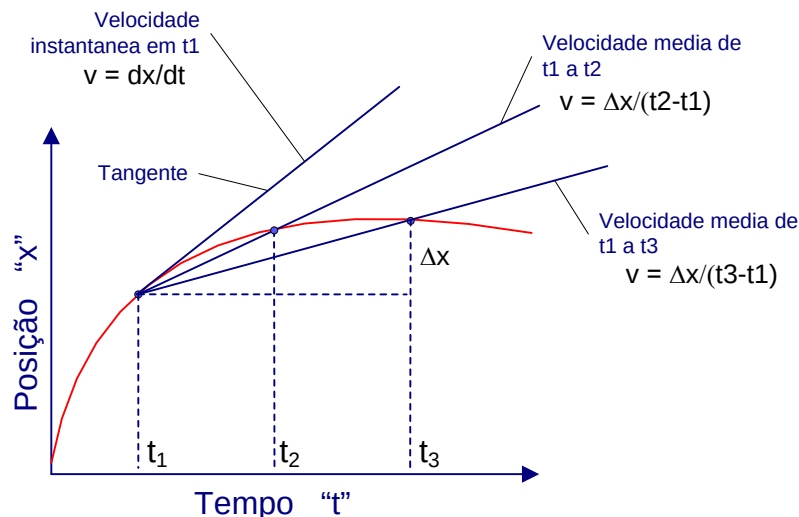
Dizemos que:

- a derivada da **posição** em relação ao tempo é a velocidade instantânea:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

- a derivada da **velocidade** em relação ao tempo é a aceleração instantânea:

$$a = \frac{dv}{dt}$$



Calcular a derivada de uma equação é matéria que você vai ver mais adiante no seu curso, mas calcular a derivada de um polinômio é tão fácil que vale a pena ver agora:

Derivada de polinômio

Para cada termo do polinômio:

- a constante: multiplica pelo expoente.
- a variável: subtrai “1” do expoente.

Exemplos:

Polinômio original	Derivada
$4 t^3$	$12 t^2$
$2 t^2$	$4 t$
$3 t$	3
4	0

Se você souber a equação da

- **posição** é só derivar uma vez que acha a equação da velocidade
- **velocidade** é só derivar uma vez que acha a equação da aceleração. Experimente fazer uns exemplos

Experiente

- derivar a equação da posição

$$v = v_0 + a \cdot t$$

- derivar a equação da velocidade

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$